

**ABORDAGEM DOS CONTEUDOS MATEMATICOS ESCOLARES ATRAVES
DA HISTORIA DA MATEMATICA: CONTRIBUIÇÕES PARA A PRATICA
DOCENTE**

Prof. Dr Iran Abreu Mendes

Faculdade de Educação

Universidade Federal do Ceará

Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGEd/UFRN

Primeiras Considerações

O estudo desenvolvido em nossa tese doutoral (Mendes, 2001), apresenta e discute relações teórico-práticas entre a matemática, sua história e o seu ensino, buscando com isso propor uma abordagem metodológica para o ensino da matemática no nível médio, a partir de um tópico específico da matemática: a trigonometria. Nesse sentido, essas relações se constituem no pano de fundo do cenário pedagógico, durante o ato de ensinar/aprender. A efetivação da proposta elaborada ocorre através da organização e testagem de atividades de ensino-aprendizagem baseadas na aliança entre as concepções construtivistas e a perspectiva histórica da matemática como principal fio condutor do processo educativo da matemática escolar.

O nosso objeto de análise, portanto, centrou-se na avaliação de uma proposta de ensino da matemática a partir dessa conjunção construtivismo-história da matemática, tomando o construtivismo como um marco teórico para o ensino-aprendizagem da matemática e a história como fonte motivadora e geradora de conhecimento matemático escolar. Nessa perspectiva, discutimos os resultados de uma experiência no ensino-aprendizagem da trigonometria plana, realizada com estudantes da 1ª série do nível médio em uma escola pública de Natal – RN.

A partir de um estudo exploratório realizado por mim próprio e John A. Fossa (1996), percebemos que os professores de matemática, atuantes principalmente no ensino fundamental e médio, evidenciaram a necessidade de um aprofundamento acerca do desenvolvimento histórico da trigonometria.

Diante desse fato, realizamos durante dois anos (1996/1997), um estudo com a finalidade de elaborar, testar e avaliar, junto a professores de matemática, uma proposta pedagógica para o ensino de trigonometria plana apoiado em atividades históricas (Mendes, 1997).

Os resultados obtidos no referido estudo garantiram validade da proposta, de acordo com a avaliação positiva feita pelos professores envolvidos na experiência. Além disso percebemos a importância de ampliarmos tal proposta, reelaborando-a e testando-a com os estudantes. Para que fosse possível concretizarmos mais essa etapa, decidimos elaborar um módulo de atividades para introdução à trigonometria plana e testá-lo sempre que fosse necessário, visando deixá-lo em condições de uso com estudantes da 1ª série do ensino médio.

Para que nossas ações se efetivassem de modo satisfatório no decorrer da realização da experiência, elaboramos, testamos e avaliamos o referido módulo em algumas classes da 1ª série do ensino médio de uma escola pública de Natal. Inicialmente reformulamos as atividades e testamos com os estudantes, em dois momentos, de modo que os resultados obtidos fornecessem dados norteadores para as modificações que fossem necessárias à elaboração final do referido módulo de ensino.

Durante a realização da experiência trabalhamos com as turmas de uma única professora de matemática da Escola Desembargador Floriano Cavalcante, cujo espaço físico nos foi cedido com a maior atenção e dedicação possível. A experiência desenvolveu-se através de duas etapas: 1) a primeira, com todas as cinco (05) turmas da professora, nas quais atuamos conjuntamente com ela, totalizando cerca de 154 alunos envolvidos; 2) a segunda, com apenas uma turma, com 44 alunos, na qual assumimos inteiramente o trabalho, elaborando, executando e avaliando todas as atividades docentes.

Os resultados alcançados durante essas duas etapas nos forneceram elementos úteis para validarmos as contribuições desse estudo, tanto para professores e alunos quanto para a comunidade de educadores matemáticos de um modo geral. Além disso, foi muito importante para a nossa realização profissional e pessoal, durante e após o percurso do estudo. Tais contribuições,

no entanto, se ampliaram, à medida que fomos organizando e discutindo os resultados alcançados na experiência vivenciada na referida escola.

Importância do Estudo para a Educação Matemática

A Educação Matemática é considerada uma atividade essencialmente pluri e interdisciplinar, constituindo-se de estudos e pesquisas dos mais diferentes tipos, cujas finalidades principais são desenvolver, testar e divulgar métodos inovadores de ensino; elaborar e implementar mudanças curriculares, além de desenvolver e testar materiais de apoio para o ensino da matemática. Seu objetivo fundamental é tornar esse ensino o mais eficaz e proveitoso possível.

Os estudos e pesquisas aos quais nos referimos no parágrafo anterior, têm buscado oferecer subsídios teórico-metodológicos que viabilizem a superação das dificuldades encontradas por professores e estudantes durante o processo educativo da matemática, nos diferentes níveis de ensino e principalmente nos cursos de formação de professores de matemática. Dentre os vários subsídios já apresentados por diversos pesquisadores e estudiosos da Educação Matemática, incluímos a proposição de uso da história da matemática como fonte geradora de conhecimento matemático na aprendizagem dos estudantes.

A história da matemática incluiu-se em nosso estudo, como uma tentativa de responder à pergunta norteadora de nossa investigação e que direcionou nosso caminhar ao longo de mais essa etapa de nosso percurso profissional: como as informações históricas podem contribuir para a construção do conhecimento matemático escolar? Neste trabalho, procuramos selecionar e apresentar algumas alternativas de respostas a essa questão. Para tentarmos responder a essa pergunta nos apoiamos em alguns antecedentes exploratórios que nos forneceram subsídios para continuarmos na busca de um significado para o estudo proposto aqui.

Um primeiro dado significativo, indicador da importância desse estudo, refere-se a uma pesquisa exploratória realizada por Mendes e Fossa (1996: 205), na qual concluiu-se que:

(...) não há dúvida de que os professores investigados têm bastante interesse em apossar-se do conhecimento da história da matemática, a fim de compreender melhor o desenvolvimento dessa ciência entre nós. Há também grande interesse no uso da história da matemática como um recurso pedagógico, porém, existe uma parcela expressiva de professores que só serão convencidos do seu valor pedagógico mediante a confecção de material eficaz incorporando um ponto de vista histórico.

(...) Outro aspecto conclusivo da investigação nos aponta para o alto grau de desconhecimento dos professores acerca da história dos tópicos matemáticos que são ensinados por eles. Em particular, falta-lhes uma orientação para que busquem esse conhecimento em algumas referências bibliográficas e as transformem em atividades que contribuam para a aprendizagem de seus alunos.

(...) Quando a história é usada no ensino de matemática ocorre quase sempre nos modelos tradicionais e, por isso, a história não é inserida em uma abordagem eficaz de ensino. Essa prática é fruto da própria formação acadêmica dos professores, cujo objetivo central é a apreensão de um conhecimento matemático formal e estático. Assim, a falta de acesso que o professor tem ao material apropriado existente, dificulta o uso da história da matemática na sala de aula.

(...) O trabalho aponta as áreas de geometria e trigonometria como sendo do interesse principal dos professores pesquisados, embora haja interesse também na história das outras áreas da matemática ensinada nos primeiro e segundo graus.

A evidência do desejo desses professores, em utilizar a história como recurso de ensino, visando superar suas limitações acerca do assunto, fez com que nos propuséssemos a elaborar, testar e avaliar uma proposta de uso pedagógico da história no ensino da matemática, especificamente da trigonometria (Mendes, 1997). De acordo com os resultados obtidos durante a testagem da referida proposta de ensino, com três grupos de professores de matemática, concluímos que todo o material produzido contribuiu para que eles se apropriassem das idéias contidas na proposta de uso das atividades históricas em sala de aula. Com isso percebemos que essas atividades poderiam ser bem utilizadas com estudantes do ensino médio, a partir de adaptações posteriores, o que possivelmente contribuiria para a melhoria do ensino da trigonometria no nível escolar em que tais atividades fossem adotadas.

Tais adaptações remetem a possibilidade de reformulações do material elaborado, tendo em vista que as atividades históricas podem se constituir em uma fonte geradora de conhecimento matemático em sala de aula, conforme Fossa (1995b, 1998a). Quando os aspectos históricos são incorporados às atividades de ensino-aprendizagem – conjunção construtivismo/história –, apresentam um caráter mais construtivo e útil à aprendizagem dos tópicos matemáticos e isso faz com que os estudantes percebam o caráter investigatório presente na geração, organização e disseminação desses tópicos ao longo do seu desenvolvimento histórico.

Os argumentos teóricos favoráveis a essa abordagem de ensino, pressupõem que o bom desempenho dos professores durante suas atividades educativas deve conduzir os estudantes a uma concepção mais dinâmica e construtiva da matemática ensinada em sala de aula. Todavia é imprescindível estabelecermos no ambiente escolar uma proposta de abordagem para o ensino da matemática que integre e abrace no processo de raciocínio do aluno, aspectos interativos contidos no conhecimento cotidiano, escolar e científico. Essa proposta deve concretizar-se através de atividades que propiciem ao aluno o alcance dos objetivos propostos nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs (MEC, 2000). Cabe-nos, porém, perguntar: como pode ocorrer essa integração, esse abraço, no processo de raciocínio matemático do aluno? Trata-se então de uma atividade produtiva em matemática? Como se processa essa atividade produtiva?

É necessário, no entanto, que essas atividades matemáticas, quando levadas à sala de aula, através de uma proposta de ensino-aprendizagem, procurem estabelecer uma integração entre os aspectos cotidiano, escolar e científico do conhecimento matemático, considerando que o desenvolvimento histórico da matemática apresenta características que suscitam o processo de transformação das componentes intuitiva, algorítmica e formal desse conhecimento no decorrer da sua história. Desse modo, possibilita à sociedade apoderar-se das idéias matemáticas construídas nos diferentes momentos históricos e em diferentes contextos sócio-culturais.

Partindo dessas considerações acreditamos que a história da matemática deve ser encarada como o princípio unificador do eixo triplo; conhecimento cotidiano, escolar e científico no ensino da matemática. Para que

isso se concretize, esse ensino deve basear-se no uso de atividades construtivistas associadas ao conhecimento histórico da matemática. Essa prática pressupõe uma reconstrução dos aspectos matemáticos a serem apresentados nos livros didáticos, visto que as informações históricas raramente são utilizadas como elemento gerador da aprendizagem da matemática, quer seja na ação pedagógica do professor, quer seja nos livros adotados por ele. Apenas em alguns paradidáticos encontramos certas atividades que se aproximam da proposta que defendemos para o ensino da matemática. É necessário, entretanto, respondermos algumas questões do tipo: o que entendemos por atividade construtivista de ensino? O que entendemos por atividade histórica para o ensino da matemática?

Para buscar respostas à essas perguntas podemos recorrer a Fossa (1998a) quando propõe um modelo de uso da história da matemática como recurso didático no qual o *uso manipulativo* da história da matemática surge como uma fonte de atividades a ser realizada pelos estudantes em sala de aula, numa perspectiva de redescoberta.

O *uso manipulativo* da história através das atividades construtivistas de ensino, segundo Fossa (1995b, 1998a), pode ser efetivado de modo *episódico* ou *novelesco*. O primeiro (*episódico*) é recomendado para o ensino de um determinado conceito, posto que outras atividades poderão ser associadas ao ensino desse mesmo conceito e que não é possível se ter acesso ao material histórico necessário sobre o referido tópico a ser ensinado. O segundo (*novelesco*), o que mais nos interessa nesse estudo é o modo no qual utilizamos somente, ou pelo menos, principalmente atividades inspiradas pela história da matemática. É com esse modo de conceber o uso pedagógico da história da matemática e integrado a um processo ativo de construção do conhecimento, que avaliamos a elaboração e testagem de um módulo de ensino de trigonometria com estudantes do nível médio.

A partir de agora é possível retomarmos as duas questões já levantadas e que conduzirão nossas discussões seguintes. Concebemos, pedagogicamente, atividade construtivista de ensino como o encaminhamento didático dado ao processo construtivista de geração de conhecimento matemático, que provoca a criatividade e o espírito desafiador do aluno para construir suas idéias sobre o que pretende aprender. Seu uso em sala de aula

pode ser orientado ou não pelo professor, dependendo para isso dos objetivos e procedimentos presentes em cada atividade. A abordagem de ensino através de atividades deve ser concretizada de acordo com as condições ambientais estimuladoras e psicológicas do aluno e pedagógicas do professor. Além dos elementos já mencionados (objetivos e procedimentos), sugerimos que a utilização dessa abordagem possa ligar-se da melhor maneira possível às fases de desenvolvimento do ensino de cada tópico da matemática a ser aprendida pelos alunos, assim como do seu desenvolvimento cognitivo.

É importante mencionarmos que essas atividades, segundo o modelo proposto por Clarence Dockweiler (1996), devem se constituir em um processo construtivo contínuo do conhecimento, considerando os três modos de representar os conceitos matemáticos: físico/visual, oral e simbólico. Dessa maneira, as representações dos conceitos matemáticos podem ser alcançadas inicialmente nas atividades de desenvolvimento, seguidas de atividades de conexão e finalizando com as de abstração.

As atividades de desenvolvimento são aquelas que permitem ao estudante experimentar um conceito matemático e se familiarizar com as condições formais de descrição desse conceito. As atividades de conexão dão seqüência à aprendizagem do conceito matemático, desde que conectem as compreensões conceituais representadas física e oralmente, buscando conduzir o estudante ao processo de representação simbólica. As atividades de abstração exploram mais profundamente a representação simbólica de um conceito matemático, tendo em vista explorar a capacidade do aluno em comunicar amplamente as suas idéias matemáticas. Elas são “melhor usadas” quando os aspectos físico e oral de um conceito matemático já tiverem sido explorados intensiva e significativamente através das atividades de desenvolvimento e conexão.

Com relação à atividade histórica para o ensino da matemática, adotamos essa expressão para aquelas atividades construtivistas de ensino que, conjugadas ao conhecimento histórico da matemática, trazem um significado mais profundo ao conhecimento construído na sala de aula. O conhecimento histórico envolvido na atividade apresenta como uma de suas finalidades, a ênfase nos porquês matemáticos que podem estar implícitos nos problemas suscitados na atividade ou explícitos nos textos históricos

resgatados de fontes primárias ou secundárias (textos originais ou de livros de história da matemática). Por acreditarmos na eficácia que esse tipo de abordagem dá às práticas concretizadas nas aulas de matemática, decidimos priorizá-la como o foco principal do nosso estudo.

Essas atividades podem ser manipulativas ou não, de acordo com o nível de complexidade do conhecimento matemático a ser construído pelo estudante, independente do nível escolar em que se encontre. É adequado, porém, o uso de atividades que favoreçam a interatividade entre o sujeito e o seu objeto de conhecimento. Além disso, essa abordagem deve, sempre que possível, se efetivar sob uma perspectiva contextualizadora que evidencie os aspectos cotidiano, escolar e científico do conhecimento a ser construído, desde que (re)articulados ao longo do processo de manuseio de qualquer material manipulativo ou não.

A esse respeito, vale lembrar que em nossa experiência foi necessário fazermos o resgate de uma prática já há muito tempo afastada das salas de aula: o uso dos instrumentos de desenho como: transferidor, compasso, régua e esquadros, que se constituem em recursos relevantes para o uso manipulativo da história da trigonometria nas atividades de ensino. O manuseio desses instrumentos contribuiu para o desenvolvimento de conceitos e habilidades matemáticas referentes aos aspectos geométricos e trigonométricos necessários para a formação dos estudantes.

Os objetivos estabelecidos

O nosso interesse em apresentar e discutir uma proposta para o ensino-aprendizagem da matemática, através da conjunção construtivismo-história, surge da necessidade de responder a nossa pergunta de partida: como as informações históricas podem contribuir para a melhoria do ensino da matemática? Dessa questão surgem outras tais como: as atividades históricas são mais eficazes do que as atividades que não usam história, durante as aulas de matemática? Como e por quê? Preliminarmente é viável argumentarmos sobre a importância de tais atividades na apresentação dos porquês matemáticos e na compreensão da matemática presente nos livros

textos elaborados. Porém, é necessário que explicitemos mais claramente esse argumento, na tentativa de responder às questões propostas aqui.

Nossa finalidade pressupõe que a participação efetiva do aluno na construção de seu conhecimento escolar, constitui-se em um aspecto preponderante nesse procedimento de ensino-aprendizagem. Acreditamos que o ato de ensinar/aprender – construção do conhecimento cotidiano, escolar e científico – ocorre através de relações interativas entre professor e alunos e entre os alunos, que podem ser integradas à exploração de atividades construtivistas. Por isso, somos favoráveis que as informações históricas acerca da construção do conhecimento matemático devam ser utilizadas sob a performance de atividades manipulativas, voltadas à construção do conhecimento matemático escolar do modo como são defendidas, com propriedade, por Fossa (1995b, 1998a).

É principalmente a partir de uma orientação sólida do professor a esse respeito que o aluno poderá continuar a busca de uma compreensão mais ampla das propriedades, teoremas e aplicações da matemática, na solução de problemas que exijam dele algum conhecimento sobre esse assunto. É também através do conhecimento histórico, que o aluno aumenta a sua capacidade de pensar e compreender as leis matemáticas, baseado em certas propriedades e artifícios usados hoje e que foram construídos em períodos anteriores ao que vivemos.

Antes de apresentarmos nossa proposta de ensino-aprendizagem da matemática escolar, apoiada na história como fonte geradora de conhecimento, foi necessário fazermos um levantamento bibliográfico sobre esse tema, selecionarmos aqueles que apresentam posições teóricas relacionadas aos interesses do nosso estudo e, por fim, analisarmos esses pressupostos, considerando as necessidades específicas do nosso estudo. Desse modo é possível estabelecermos os principais pilares de sustentação teórica do estudo proposto.

É com base nos argumentos favoráveis encontrados nessa fase do estudo que construímos os instrumentos de análise da experiência realizada com os estudantes de ensino médio, os quais se constituíram na clientela envolvida no estudo. Todavia, foi a partir do alcance desse objetivo que se

desencadeou todo o processo de construção da proposta pedagógica implementada no módulo de ensino elaborado por nós.

A necessidade de uma discussão acerca das concepções epistemológicas sobre o conhecimento matemático nos fez visitar as posições construtivistas de alguns estudiosos do assunto, visando integrá-las aos aspectos construtivos da matemática na história, apoiados em textos escritos e publicados por historiadores da matemática, educadores matemáticos e pesquisadores sobre história e pedagogia da matemática. Dessa integração acreditamos na possibilidade de utilização pedagógica da história conjugada aos pressupostos construtivistas, cuja concretização se opera através das atividades históricas para o ensino da trigonometria, elaboradas, testadas e avaliadas em nosso estudo.

Nosso posicionamento teórico a respeito do processo ensino-aprendizagem da matemática escolar, baseia-se na integração/conjunção entre construtivismo e história da matemática. Isso porque consideramos que tal processo perpassa a “crença” de que o estudante reflexivo é o principal agente na elaboração do seu pensamento, do seu conhecimento e até mesmo do seu comportamento. A necessidade de uma confirmação viável desse modo de conceber a construção do conhecimento, nos levou a investigar o contexto sócio-cultural e histórico no qual o conhecimento matemático é construído. Buscamos assim, relacioná-lo com o momento atual, caracterizado por novas dimensões dessa construção. Essa retomada da construção do conhecimento matemático, ao longo do seu desenvolvimento histórico, visa relacioná-lo com a dinâmica construtiva processada na sociedade atual, considerando historicamente a necessidade da sociedade gerar conhecimento matemático, na perspectiva de solucionar seus problemas cotidianos.

Além dos objetivos mencionados, consideramos necessário investigar os subsídios teóricos e práticos acerca da trigonometria, visando a elaboração e testagem de um módulo de ensino junto a um grupo de estudantes do nível médio. Além disso, previmos também a apresentação e discussão das informações referentes a aprendizagem dos estudantes em relação ao referido tópico matemático durante a testagem do módulo. A partir desses dados, foi possível discutirmos teoricamente a possibilidade do uso dessa abordagem metodológica para o ensino de quaisquer tópicos da matemática. Após essa

fase, discutimos mais detalhadamente tais possibilidades, tendo como parâmetro, o módulo elaborado e testado, bem como os resultados obtidos durante a testagem.

Norteadores teóricos

De um modo geral, a produção de conhecimento matemático no decorrer do seu desenvolvimento construtivo (sua história) caracteriza-se por uma constante criação e organização formal de códigos representativos da interpretação de situações cotidianas vivenciadas pela sociedade (modelos), passando assim a ser considerado como um conhecimento verdadeiro. Diante disso, passamos a incorporá-lo ao arcabouço cultural que organizamos e difundimos através da sua institucionalização na sociedade ao longo dos tempos. Todavia, a busca da (re)construção histórica do conhecimento matemático passa a ter significativas implicações pedagógicas na construção dos conhecimentos cotidiano, escolar e científico dos nossos alunos, bastando para isso utilizarmos tais informações históricas numa perspectiva atual de geração do conhecimento matemático.

É necessário que passemos cada vez mais a discutir o processo gerativo da construção do conhecimento matemático (saber/fazer). Conhecer é um processo extremamente dinâmico e jamais finalizado (processo histórico), sujeito ao contexto natural, cultural e social. Esse processo cognitivo manifesta-se a partir da interação do indivíduo com o seu contexto natural e sócio-cultural, considerando que não há interrupção nem priorização entre o saber e o fazer.

Na opinião de Ubiratan D'Ambrosio (1997), o comportamento do indivíduo (ação) em relação ao saber/fazer está em um constante movimento que vem do passado, em direção ao presente, de modo a gerar uma produção cognitiva no futuro. Nesse sentido, podemos pressupor que a geração de conhecimento numa perspectiva construtivista apoiada na história perpassa a busca de informações sobre o passado, seguida de uma ação/reflexão sobre esse passado e seu imediato transplante para o presente, de modo a exercer uma ação produtiva dessa informação em direção ao futuro.

Para Ernst von Glasersfeld (1991: 18), no entanto, “o que quer que entendamos sobre conhecimento, não pode mais ser a imagem ou a representação de um universo independente daquele vivido”. Sua afirmação nos faz refletir acerca da incerteza ou da verdade absoluta revestida no conhecimento matemático ensinado nas escolas. Isso significa proporcionarmos aos estudantes várias possibilidades de reflexão sobre suas ações durante as atividades de construção do conhecimento matemático escolar. Nesse sentido, os estudantes devem basear-se nas suas experiências anteriores, isto é, na base cognitiva em que eles se apoiam para conceber as noções matemáticas propostas pelos professores.

Aliando-se à esses pressupostos notamos que as concepções defendidas por Richard Skemp (1980) acerca do processo construtivo do conhecimento matemático perpassam dois pontos fundamentais acerca da teoria piagetiana: a noção de *conceito* e *esquema*, cujas definições não são tão fáceis de apresentar, visto que há uma inter-relação entre ambas as noções. Skemp (1980) afirma que a formação de um *conceito* requer um certo número de experiências que possuam algo em comum. Após essa formação é possível falar de exemplos do conceito formado. Se isso ocorre, é possível organizá-los para formar estruturas conceituais denominadas *esquemas*.

No âmbito da educação matemática, o conhecimento matemático escolar produzido hoje (reproduzido), a partir de informações do passado e/ou de práticas cotidianas e científicas, é ressignificado de acordo com a contextualização sócio-cultural que reveste essas informações históricas. Essa reformulação então, passa a significar um (re)conhecimento da história da matemática como produto social, cultural e científico da humanidade, ou seja, sob os aspectos cotidiano, escolar e científico do conhecimento gerado em diferentes circunstâncias, ao longo da história.

É partindo desse ponto de vista que defendemos a utilização de uma proposta de ensino que crie possibilidades de superação das dificuldades de aprendizagem dos estudantes no que se refere a sua formação matemática. Dessa forma, acreditamos ser possível ao estudante construir seu conhecimento partindo de sua própria reflexão acerca do conhecimento histórico e transpondo os resultados dessa reflexão para a situação cotidiana atual. Para que isso ocorra, é necessário, sobretudo, uma metodologia de

ensino que priorize as experiências práticas e reflexivas vivenciadas pelos estudantes. Todavia, é muito importante que essas experiências (atividades construtivistas) sejam orientadas pelo professor, sempre que for necessário, para que possa levá-los a formular conceitos e/ou propriedades e interpretar essas formulações visando aplicá-las na solução de problemas práticos que assim o exijam.

O encaminhamento metodológico perpassa assim aspectos teóricos relacionados ao processo de raciocínio matemático e a atividade matemática produtiva. Esse raciocínio e essa atividade configuram o modo representacional do raciocínio matemático sob a forma simbólica e mental que, interligadas entre si, geram abstração matemática. Além disso cremos que tal movimento processual se concretiza através da realização de atividades matemáticas organizadas a partir de três componentes: intuitiva, algorítmica e formal. Essas são, para nós, as características que devem nortear uma proposta de ensino de matemática que fomente no estudante, a prática da investigação como meio de construção do seu conhecimento.

A investigação constitui-se assim, como um fator inerente ao homem e quando esse espírito investigador, bem evidente na fase pré-operatória dos estágios piagetianos, permanecer se desenvolvendo nas fases posteriores, conduzirá o estudante a um amadurecimento científico e matemático que o tornará cada vez mais autônomo e consciente da sua capacidade de apostar na curiosidade e na possibilidade de buscar o conhecimento através da investigação.

O ensino através das atividades pressupõe uma interação mútua entre o professor e os estudantes e entre os próprios estudantes durante o processo gerativo da matemática escolar. Essa é uma das principais características da proposta, visto que os tópicos a serem aprendidos estão para serem experimentados, discutidos e representados simbolicamente pelos próprios aprendizes. A partir daí acreditamos que o conhecimento já está incorporado à estrutura cognitiva de quem aprende. Para que isso ocorra com plenitude é necessário estabelecermos certa estruturação às atividades a serem realizadas pelos alunos assim como à extensão das etapas de estudos as quais eles devem percorrer para atingir a aprendizagem de acordo com os objetivos do professor e do nível de ensino no qual estão inseridos.

É importante visualizarmos sempre uma ação pedagógica centrada no ensino-aprendizagem pela experiência direta, com situações provocadoras e provenientes do conteúdo histórico, pois a aprendizagem pressupõe o emprego de elementos aprendidos, na solução de novas situações, onde o aprender fazendo é essencial.

A temática abordada por nós, constitui-se em uma das tendências metodológicas que desponta progressivamente nos estudos e pesquisas referentes à Educação Matemática. Esse crescimento tem se manifestado à medida que vários estudiosos vêm apresentando suas elaborações teóricas e resultados práticos acerca do uso da história da matemática como recurso de ensino-aprendizagem. Nossos pressupostos a esse respeito comungam com a tese de Fossa (1995, 1998), na qual defende a eficácia da história da matemática que aliada ao construtivismo pode ser usada como fonte geradora do conhecimento matemático escolar. Essa conjunção construtivismo-história, implicando em aprendizagem significativa, se materializa através das atividades históricas, tal como nos propomos a apresentar e discutir nesse estudo.

A função geradora de conhecimento matemático, atribuída à história da matemática, concretiza-se no seu uso manipulativo em sala de aula e/ou nos livros didáticos, de um modo aproximado àquele que concebe Fossa (1995b). Nosso estudo, porém, constitui-se em um teste bastante restrito acerca desse tipo de utilização da história no ensino da matemática (o caso da trigonometria) e está revestido por um embasamento conceitual apoiado na construção histórica da trigonometria básica (história apresentada em livros de história da matemática – didáticos e paradidáticos de nível fundamental, médio e superior) e a utiliza sob a forma de atividades voltadas à construção desse conhecimento entre os estudantes de ensino médio.

Para que se efetive um ensino-aprendizagem significativo em matemática, propomos adotar as idéias defendidas por Fossa (1995b) de se utilizar a história como fonte geradora de conhecimento, principalmente através de atividades de redescoberta. Essa proposta nos propiciou utilizar o material histórico sobre trigonometria como o conteúdo matemático referencial para a elaboração das atividades contidas no módulo de ensino.

Quanto ao modo de conceber o ensino-aprendizagem baseado na redescoberta, consideramos que tal concepção se baseia no pressuposto de que a aprendizagem do aluno se torna plena, significativa e sólida à medida que ele é provocado intelectualmente. Essa provocação intelectual significa despertar a curiosidade do aluno de modo a levá-lo em busca de (re)construção da matemática já elaborada historicamente. Esse processo (re)construtivo é materializado através das atividades de redescoberta, principalmente quando conjugadas com o contexto histórico da matemática. Os benefícios desse tipo de proposta são gratificantes tanto para o professor quanto para os estudantes, desde que ambos percebam e utilizem produtivamente a viabilidade de tal proposta. Nesse sentido é necessário uma avaliação constante da eficácia desse tipo de atividade, tendo em vista que suas limitações deverão ser superadas sempre que houver necessidade, durante o exercício dessa prática pedagógica.

O modo no qual nos baseamos para trilhar o caminho de busca da significação para o nosso estudo tem como pressuposto a concepção de que um estudo teórico contribui para a instalação da proposta, desde que seja revestido por exemplos de resultados das experiências vivenciadas por nós e validadas pela teoria. Nesse sentido, desenvolvemos um estudo etnográfico da intervenção realizada na escola, de modo a gerar uma discussão teórica que contextualize globalmente o uso da história da matemática como recurso de ensino através de atividades.

A análise da referida intervenção é traçada por uma rede de discussões provocadas pelos objetivos previstos que, entrelaçados aos exemplos encontrados nos resultados obtidos na testagem – observações, entrevistas, questionários, resultados de testes, fotos, *etc.* – nos darão uma visão mais profunda do nosso objeto de análise. É importante que o procedimento metodológico adotado na pesquisa, nos conduza a uma elaboração teórico-prática pautada nos estudos bibliográficos e nas experiências realizadas, visando fornecer possibilidades de resposta às perguntas lançadas ao longo deste estudo.

Houve necessidade de fazermos um recorte nos pressupostos gerais apresentados anteriormente, ou seja, limitarmos os autores ou teorias que apoiaram as discussões efetivadas no estudo. Nesse sentido, nos apoiamos

em referenciais construtivistas sobre a produção do conhecimento matemático, bem como no processo histórico de geração, organização e disseminação da matemática. Utilizamos a história da matemática na elaboração de objetivos e procedimentos de ensino-aprendizagem visando possibilitar a seleção e aplicação de problemas práticos, curiosos ou recreativos a serem incorporados de maneira manipulativa, investigatória e problematizadora nas aulas de matemática.

Nosso estudo, porém, limitou-se a discutir qualitativamente os dados subjetivos coletados durante a intervenção realizada em sala de aula, relacionando-os aos aspectos discutidos pelos pressupostos teóricos sobre o tema pesquisado. Todavia, procuramos quantificar as informações subjetivas coletadas, de acordo com as condições em que a pesquisa se desenvolveu.

A experiência no ensino médio

A trigonometria tem grande importância na aprendizagem de alguns conceitos da física clássica, eletricidade e até mesmo da física moderna. Além disso contribui para um maior aprofundamento sobre vários conceitos geométricos, bem como sobre os estudos de funções. Seu aparecimento como tópico matemático separado da geometria foi muito discutido por vários educadores matemáticos durante o final do século XIX e início do século XX. Essas discussões foram suscitadas na época, muito em virtude da fragmentação do conhecimento que, somente a partir da elaboração e publicação dos primeiros livros considerados didáticos, começam a provocar tais reflexões e possíveis discussões visando a reformulação do modo de abordagem desse tópico matemático.

Os tópicos básicos de trigonometria ensinados no nível médio são de extrema importância para que o aluno desenvolva algumas habilidades para a resolução de problemas de Física, geometria, desenho técnico, bem como outros tópicos da matemática que envolvem o referido assunto. Há, tanto nos livros didáticos, como na prática dos professores, uma preocupação com a aprendizagem “mecânica” dessa parte da matemática, ocasionando um desconhecimento conceitual dos seus elementos chaves como: seno, cosseno e

tangente de um ângulo, além de outros tópicos básicos que têm importância no desenvolvimento das funções trigonométricas.

Diante dessas atribuições referidas à trigonometria, procuramos resgatar seu processo histórico-construtivo para que o aluno possa compreender o seu significado matemático e sua importância para a formação matemática dele. Se perguntarmos hoje algo a respeito desse assunto em classes de ensino médio, corremos o risco de não recebermos nenhuma resposta por parte dos estudantes, devido a falta de informação ligada ao significado histórico e conceitual desses tópicos trigonométricos básicos. Assim sendo, nos propusemos a desenvolver algumas atividades em sala de aula que pudessem abordar esses aspectos e a partir deles fomentar a geração dos conceitos trigonométricos por parte dos alunos.

A partir das atividades históricas para o ensino de trigonometria, presentes em um estudo realizado por nós (Mendes, 1997), elaboramos um módulo introdutório de trigonometria para o ensino médio. Esse módulo de ensino aborda aspectos conceituais básicos da trigonometria, previstos no programa de matemática do 1º ciclo do nível médio. A testagem realizou-se com estudantes do ensino médio tendo em vista verificarmos a sua validação e contribuição na aprendizagem desses estudantes com relação à trigonometria plana básica.

O módulo foi testado com um grupo de estudantes de uma escola pública de Natal (RN). Os participantes da referida testagem foram selecionados a partir de contatos com a direção, supervisão e com uma professora de matemática da escola envolvida que aceitou o desafio de realizar a experiência em suas classes. O grupo participante faz parte de uma demanda escolar incluída em um convênio interinstitucional entre o Centro Federal de Educação Tecnológica do Rio Grande do Norte – CEFET/RN (antiga Escola Técnica Federal do Rio Grande do Norte – ETFRN) e a Secretaria Estadual de Educação do Rio Grande do Norte.

A professora das turmas envolvidas na experiência participou apenas da primeira testagem das atividades acompanhando a nossa ação docente. Nessa fase, procuramos esclarecê-la a respeito da importância do trabalho que estávamos realizando. Todavia, ao percebermos as suas dificuldades durante a experiência, procuramos orientá-la para que ela pudesse acompanhar o

desenvolvimento da testagem. Nesse sentido participamos ativamente de todas as atividades previstas, deixando a professora à vontade para observar o desenvolvimento das mesmas em suas respectivas turmas.

O desenvolvimento das atividades junto aos estudantes do nível médio ocorreu em dois momentos: inicialmente fizemos uma primeira testagem com cinco turmas da 1^o série do ensino médio (154 alunos). Em cada turma, realizamos uma orientação efetiva na execução das atividades pelos estudantes, seguido sempre da observação da professora responsável pela turma. Posteriormente tivemos participação integral na segunda testagem na qual assumimos totalmente o processo de aplicação das atividades referentes ao módulo. Essa fase ocorreu durante o segundo ano da experiência e desenvolveu-se com um grupo menor (44 alunos), visto que achamos necessário verificar alguns detalhes metodológicos que ficaram pendentes no ano anterior.

A avaliação do módulo de ensino de trigonometria ocorreu através da utilização de instrumentos que puderam evidenciar o nível de aprendizagem, participação e interesse alcançado pelos alunos durante e após sua utilização. Nesse sentido, utilizamos questionários, entrevistas, trabalhos em grupo, trabalhos experimentais/manipulativos, trabalhos para feira cultural da escola, testes, fotografias, *etc.*, visando obter as informações necessárias à validação das atividades testadas. Além disso procuramos realizar sessões de observação participante do trabalho realizado, de modo a obter informações sobre o desempenho dos estudantes durante as aulas. Tais instrumentos foram usados de acordo com as necessidades surgidas durante a realização do estudo.

Nessa fase do estudo, investigamos o rendimento dos estudantes de 1^a. série do ensino médio que estudaram trigonometria através da proposta implementada por nós. Baseados nos resultados obtidos nos foi possível verificar as vantagens e desvantagens da referida abordagem utilizada para o ensino-aprendizagem da trigonometria.

Os dados da realidade investigada receberam um tratamento qualitativo baseado em uma abordagem etnográfica da prática escolar. Nesse sentido procuramos interpretar os dados observados a partir do referencial teórico adotado durante o estudo. Tais informações foram organizadas e

analisadas tendo em vista expressar uma visão do alcance dos objetivos propostos para o desenvolvimento da pesquisa.

Podemos, portanto, afirmar que o nosso estudo procurou reescrever os dados subjetivos acerca das questões investigadas ao longo da pesquisa, quantificando sempre que possível essas informações. A partir dos instrumentos de coleta, organizamos as informações através de categorias emergentes (núcleos de significação), visando dar uma aproximação maior possível da realidade investigada.

Todo o material coletado, bem como as observações feitas em sala de aula, fotografias e outros documentos subsidiários da nossa análise, foram analisados a partir das noções de compreensão instrumental e relacional, a noção de esquema, ambas idéias defendidas por Richard Skemp (1976, 1980). Além disso, nos apoiamos nas concepções de Tomy Dreyfus (1991) e Efraim Fischbein (1978) acerca do desenvolvimento do pensamento matemático, quando considera que esse raciocínio é construído por representações simbólicas e mentais, articuladas ao processo de generalização e síntese das idéias matemáticas; o que implica na abstração matemática.

Implicações do Estudo para a Educação Matemática

A experiência pedagógica realizada com estudantes da 1ª série do ensino médio teve a finalidade de testar as atividades contidas no módulo de ensino elaborado por nós, a partir do referencial teórico construído para o nosso trabalho. A avaliação da experiência visou subsidiar nossa argumentação favorável ao uso da história no ensino de matemática através da aliança entre o construtivismo e a história da matemática.

Os resultados obtidos em nosso trabalho são extremamente importantes para professores, estudantes do ensino fundamental e médio, bem como aos futuros professores de matemática, além da comunidade de educadores matemáticos em geral. Foi em função de todo esse contexto acadêmico que giraram e ainda giram os eixos norteadores das questões surgidas ao longo do nosso estudo. Todavia, é necessário revermos em quais

níveis as questões suscitadas foram respondidas plenamente e se elas contribuirão na melhoria do ensino da matemática.

Acreditamos que as atividades que compõem o módulo de ensino de trigonometria se constituem nos primeiros contributos construtivistas para que o professor possa avançar criativamente na sua prática de sala de aula. A partir da análise feita e das conclusões obtidas nas experiências vivenciadas com os estudantes da 1ª série do ensino médio, acreditamos que houve uma grande receptividade dos grupos com relação a nossa proposta.

Ficou evidente que as atividades testadas têm um caráter introdutório no ensino da trigonometria e que é necessário partir delas para desenvolver o conteúdo matemático previsto no programa da escola. Cabe, portanto, ao professor prosseguir nessas atividades dosando a quantidade de conteúdo matemático abordado. É importante que isso não implique na transformação dessas atividades em listas de exercícios e problemas de fixação de conteúdo, como já o fazem a maioria dos livros didáticos, pois esse não é o nosso objetivo.

As atividades podem ser usadas com outros alunos, visto que quaisquer alterações poderão ser efetivadas desde que as mesmas se apoiem na estrutura básica das atividades. Vale lembrar que todas as vezes que aplicarmos as atividades e fizermos uma avaliação buscando verificar o grau de prontidão de uso para cada uma delas, poderemos obter opiniões diferenciadas e novas sugestões de alterações para as atividades. Portanto, achamos viável trabalhar com os resultados atuais e procurarmos adaptá-las a cada desafio que surgir, tentando adequá-las ao tipo de ambiente, clientela, bem como as condições físicas e materiais oferecidas pelas escolas.

Cabe ao professor inserir, sempre que possível, novas questões às atividades desde que não altere a estrutura metodológica que buscamos perpassar através da elaboração das mesmas, visto que elas refletem uma concepção de educação matemática que acreditamos ser possível desenvolver nas escolas, de modo a contribuir com o crescimento integral do aluno.

Referências Bibliográficas

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio. Matemática. Brasília: 2000.

D'AMBROSIO, U. *Transdisciplinaridade*. São Paulo: Palas Athena, 1997.

DOCKWEILLER, C. J. *Children's Attainment of Mathematical Concepts: A Model Under Development*. Texas A&M University, 1996. 9p. (Impresso).

DREYFUS, T. Advanced mathematical thinking processes. In: *Advanced mathematical thinking*. D. Tall (Ed.) (p. 25-41). Dordrecht, Holanda: Kluwer, 1991

FISCHBEIN, E. *Intuicion in science and mathematics*. An educational approach. Dordrecht, Holanda: D. Reidel, 1987.

FOSSA, J. A. (a) A História da Matemática como fonte de atividades matemáticas. In: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 1, 1995. Recife. Anais do I Seminário Nacional de História da Matemática. Recife: UFRPE, 1995.

FOSSA, J. A. (b) Hamlet, Antipholus e Antipholus: Lucrubações Pedagógicas sobre a História da Matemática. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5, 1995. Aracaju. Anais do V Encontro Nacional de Educação Matemática. Aracaju: 1995.

FOSSA, J. A. (a) Uma proposta metodológica para a pesquisa em Educação Matemática. In: FOSSA, J. A. (Org.). *Educação Matemática*. Natal, RN: Edufrn, 1998. (Série 13 EPEN; v. 19).

MENDES, I. A. *Ensino de trigonometria através de atividades históricas*. 1997. 165p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 1997.

MENDES, I. A. *Ensino da Matemática por atividades: uma aliança entre o construtivismo e a história da matemática*. 2001. 283p. Tese (Doutorado em Educação) - Centro de Ciências Sociais Aplicadas, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2001.

MENDES, I. A., FOSSA, J. A. Conceptions and attitudes of mathematics teachers towards the history of mathematics as a pedagogical device. In: LAGARTO, M. J., VIEIRA, A., VELOSO, E. (orgs.). *História e Educação Matemática*. Braga, Portugal: Associação de Professores de Matemática da Universidade do Minho, 1996. Actas, v. 2. p. 198 - 205.

MENDES, I. A., FOSSA, J. A. O uso de tópicos históricos da trigonometria como perspectiva metodológica no ensino de 2º grau. In: II ENCONTRO LUSO-BRASILEIRO DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 2, 1997, Águas de São Pedro. Anais-Atas. Rio Claro: UNESP, 1997. p. 223 - 228.

SKEMP, R. Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching* 76, p. 20 – 26,1976.

SKEMP, R. *Psicología del aprendizaje de las matemáticas*. Trad. por Gonzalo Gonzalvo Mainar. Madrid: Ediciones Morata, 1980.

VON GLASERSFELD, E. *An Exposition of Constructivism: Why some like it Radical*. In: DAVIS, R. et al. *Constructivist Views on the teaching and Learning of Mathematics*. Reston/VA: NCTM, 1990. p. 19-29.

Esse estudo exploratório buscou verificar as experiências dos professores com relação ao conhecimento de história da matemática, bem como acerca das perspectivas de utilização desse conhecimento em sala de aula. O referido estudo foi desenvolvido com professores de matemática que atuam no ensino fundamental e médio, na cidade do Natal.