Testes de Hipóteses

Professor: Josimar Vasconcelos

Contato: josimar@ufpi.edu.br ou josimar@uag.ufrpe.br

http://prof-josimar.blogspot.com.br/

Universidade Federal do Piauí–UFPI

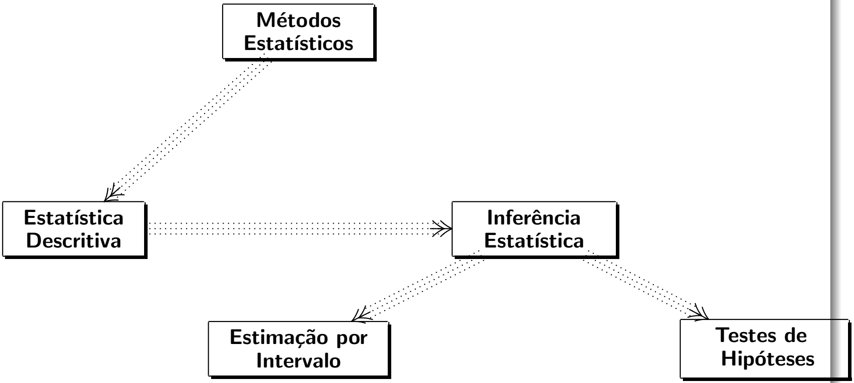
Campus Senador Helvídio Nunes de Barros–CSHNB

Plano Nacional de Formação de Professores da Educação Básica–PARFOR

18 de agosto de 2012

Roteiro

Introdução


Métodos Estatísticos
Estatística Descritiva
Inferência Estatística
Estimação por Intervalo
Testes de Hipóteses

Introdução

O teste de hipótese trata-se de uma técnica para se fazer inferência estatística. Em outras palavras, a partir de um teste de hipóteses, realizado com os dados amostrais, pode-se inferir sobre a população.

- É uma opinião sobre um parâmetro populacional. Por exemplo, a proporção, a média e a variância são parâmetros populacionais.

- **Obs.:** A hipótese deve ser estabelecida antes da análise para podermos elaborar às hipóteses e tirar as possíveis conclusões.

Exemplo:

- ✍ Eu acredito que a proporção de pessoas com dengue neste ano em Picos com idade entre 15 e 49 anos é de 45%.
- ✍ A chance de eu passar em estatística, dado que estudo duas horas por dia, é de 96%.
- ✍ Se eu deixar de ir a festa da calourada e me dedicar ao curso, terei 90% de chance de passar no concurso público?!

Hipótese Estatística

- A hipótese Estatística é uma suposição em relação ao parâmetro populacional, ou quanto à natureza da distribuição de probabilidade de uma variável populacional. Por exemplo,

Hipótese Estatística

1. A altura média da população brasileira é de 1,65m, isto é $H : \mu = 1,65$.
2. A variável populacional dos salários vale $R\$ \, 651,00^2$, isto é $H : \sigma^2 = 651,00$.
3. A distribuição de probabilidade dos pesos dos alunos de nossa faculdade é normal.

Testes de Hipóteses

- É uma regra de decisão para não rejeitar ou rejeitar uma hipótese Estatística com base nos elementos amostrais. No teste de hipótese temos dois tipos de hipóteses. A hipótese nula será indicada por H_0, a hipótese estatística a ser testada, e H_1, a hipótese alternativa.

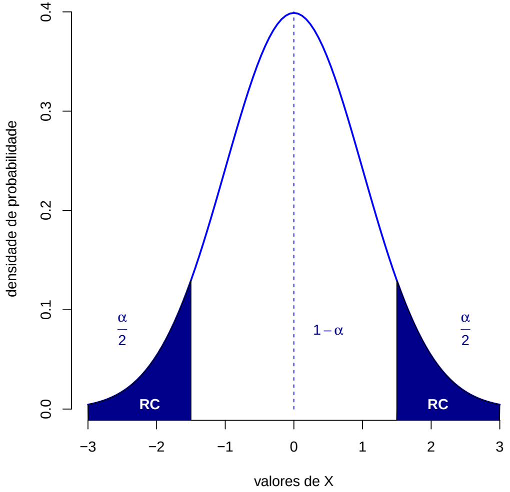
Testes de Hipóteses

- É uma regra de decisão para não rejeitar ou rejeitar uma hipótese Estatística com base nos elementos amostrais. No teste de hipótese temos dois tipos de hipóteses. **A hipótese nula será indicada por** H_0, a hipótese estatística a ser testada, é H_1**, a hipótese alternativa**.

Exemplos de hipóteses para um teste Estatístico

- Bilateral ou Bicaudal

Média	Variância	Proporção
$H_0 : \mu = \mu_0$	$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$	$H_0 : p = p_0$
$H_1 : \mu \neq \mu_0$	$H_1 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$	$H_1 : p \neq p_0$



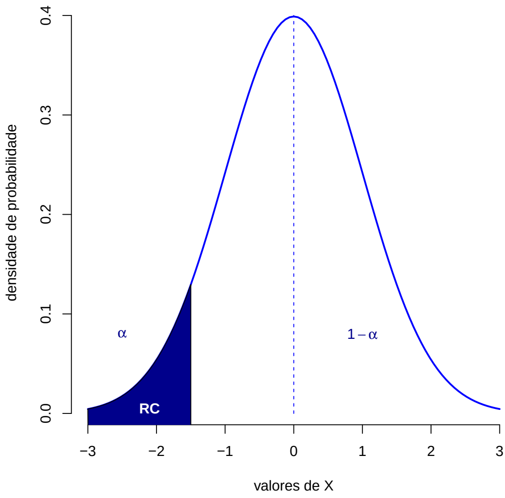
RC: Região Crítica

Exemplos de hipóteses para um teste Estatístico

- Unilateral a esquerda ou menor

Média	Variância	Proporção
$H_0 : \mu = \mu_0$	$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$	$H_0 : p = p_0$
$H_1 : \mu < \mu_0$	$H_1 : \sigma^2 < \sigma_0^2$	$H_1 : p < p_0$

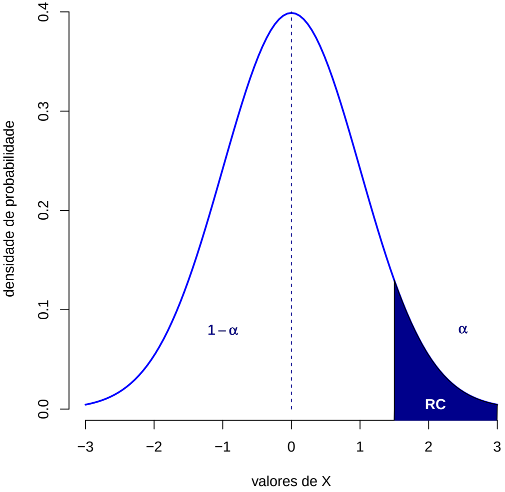
RC: Região Crítica



Exemplos de hipóteses para um teste Estatístico

- Unilateral a direita ou maior

Média	Variância	Proporção
$H_0 : \mu = \mu_0$	$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$	$H_0 : p = p_0$
$H_1 : \mu > \mu_0$	$H_1 : \sigma^2 > \sigma_0^2$	$H_1 : p > p_0$



RC: Região Crítica

Tipos de erros

- Há dois tipos de erros ao testar uma hipótese estatística. Pode-se rejeitar uma hipótese quando ela é, de fato verdadeira, ou não rejeitar uma hipótese quando ela é, de fato, falsa. Elas são:

Tipos de erros

- **Erro do tipo I:** Rejeitar H_0 quando H_0 é verdadeira.

  Chamamos de α a probabilidade de cometer esse erro, isto é,

$$\alpha = \mathrm{P}(\text{erro tipo I}) = \mathrm{P}(\text{rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ é verdadeira}).$$

- **Erro do tipo II:** Não Rejeitar H_0 quando H_0 é falsa. A probabilidade de cometer esse erro é indicada por β, logo,

$$\beta = \mathrm{P}(\text{erro tipo II}) = \mathrm{P}(\text{não rejeitar } H_0 \mid H_0 \text{ é falsa}).$$

Qual é o mais importante?

Situação: Uma pessoa está sendo julgada

Como pela lei uma pessoa é inocente até que se prove o contrário, as hipóteses são:

- H_0 : A pessoa é inocente;
- H_1 : A pessoa é culpada.

Tabela: Erros associados a testes de hipóteses.

	Situação		
Decisão baseada na amostra		H_0 é verdadeira	H_0 é falsa
	Rejeitar H_0	Erro do tipo I	Nenhum erro cometido
	Não rejeitar H_0	Nenhum erro cometido	Erro do tipo II

p$-$valor $\times$ α

- Quanto menor o p$-$valor, espera-se que menor seja a chance de cometer um erro ao rejeitar H_0.
- Regra para decisão das hipóteses.
  - Se o p$-$valor $\leq \alpha \Rightarrow$ rejeita-se H_0;
  - Se o p$-$valor $> \alpha \Rightarrow$ não rejeita-se H_0.

Como planejar um teste de hipótese?

1. Estabelecer as hipóteses nula e alternativa;

2. Através da teoria estatística e as informações disponíveis para decidir qual estatística (estimador) será usada para testar a hipótese nula (H_0);

Como planejar um teste de hipótese?

3. Fixe a probabilidade α de cometer um erro tipo I, e use este valor para construir a região crítica;
   - Para α geralmente utiliza-se 1%, 5% ou 10%.
   - Um α pequeno, fornece uma grande confiança ao decidir rejeitar H_0.

Como planejar um teste de hipótese?

4. Calcular o valor da variável do teste obtido na amostra e determinar a região crítica em função da variável tabelada;

5. Concluir o teste com base na estimativa e na região crítica, ou seja se o valor$-p$ que foi observada na amostra não pertencer a região crítica, não rejeita H_0, caso contrário, rejeita H_0;

Esta moeda é honesta?

Exemplo: Queremos avaliar se uma moeda é honesta

- Em linguagem português:
  - H_0 : A moeda é honesta;
  - H_1 : A moeda não é honesta.
- Em linguagem estatística ou "estatisquês", essas hipóteses podem ser reescritas como:
- $H_0 : p = 0,5$
- $H_1 : p \neq 0,5$, com p sendo a probabilidade de "cara" da moeda.

Teste para a média de uma população conhecida

Uma máquina automática de encher pacotes de açúcar enche-os segundo uma distribuição normal, com média μ e variância $800g^2$. O valor de μ pode ser fixado num mostrador situado numa posição um pouco inacessível dessa máquina. A máquina foi regulada para $\mu = 1.000g$. Queremos, de meia em meia hora, colher uma amostra de 16 pacotes e verificar se a produção está sob controle, isto é, se $\mu = 1.000g$ ou não. Se uma dessas amostras apresentasse uma média $\bar{x} = 992g$, você pararia ou não a produção para verificar se o mostrador está na posição correta?

Teste para proporção

Um relatório de uma companhia afirma que 40% de toda a água obtida, através de poços artesianos no nordeste, é salobra. Há muitas controvérsias sobre essa informação, alguns dizem que a proporção é maior, outros que é menor. Para resolver essas dúvidas, 400 poços foram sorteados e observou-se, em 120 deles, água salobra. Qual seria a conclusão, ao nível de 3%?

Teste para variância

Sabe-se que em uma região do país a altura média é de $1,68m$, com variância $0,30m^2$. Um pesquisador acredita que a alimentação rotineira em uma cidade litorânea, sendo diferente da região como um todo, contribui para que as pessoas apresentem alturas mais homogêneas, apesar de não alterar a altura média da população da cidade. Para verificar sua suspeita, ele coletou uma amostra de 31 pessoas e obteve como estimativa para a variância o valor $s^2_{obs} = 0,25m^2$. Nesse caso, o pesquisador deve realizar um teste de hipóteses relacionado à variância populacional para tirar suas conclusões.

Teste para a média de uma população desconhecida

Desejamos investigar se uma certa moléstia que ataca o rim altera o consumo de oxigênio desse órgão. Para indivíduos sadios, admitimos que esse consumo tem distribuição Normal com média $12cm^3/min$. Os valores medidos em cinco pacientes com a moléstia foram: $14,4; 12,9; 15,0; 13,7$ e $13,5$. Qual seria a conclusão, ao nível de 1% de significância?

Dúvidas 

Sugestões 

Dúvidas 

Sugestões 

Some desta sala urgente!!!!!!!!!!!!!!!!!