MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
COORDENAÇÃO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA-PPGF

Prova de Seleção
2º semestre/2015
Parte 2 – Ciclo Profissional

Data: **14/07/2015**
Duração: **4 horas**
CÓDIGO DO CANDITATO: _____

Instruções

- Escreva seu código sorteado em cada folha de resposta, no espaço dedicado ao "CÓDIGO DO CANDIDATO".
- NÃO ESCREVA SEU NOME NAS FOLHAS DE RESPOSTAS. Elas serão identificadas apenas pelo seu código.
- Não é necessário devolver este caderno de questões.
- Você encontrará oito (08) questões, distribuídas em quatro (04) pares identificados com a seguinte notação: (Q1A, Q1B), (Q2A, Q2B), (Q3A, Q3B), (Q4A, Q4B). Você deverá responder apenas uma questão de cada par, que será escolhida por você.
- Todas as questões possuem o mesmo valor: 1,25 (um virgula vinte e cinco ponto).
- Não responda mais de uma questão por folha. Coloque sempre, em cada página de resposta o número da questão correspondente no espaço dedicado para isto: QUESTÃO _____.
- As folhas de rascunho serão descartadas e quaisquer informações contidas nelas não serão consideradas.
- Não é permitida consulta a nenhum material além do contido nesta prova.
- Não é permitido o uso de calculadora.

Boa Prova!

Campus Min. Petrônio Portela, Bairro Ininga, Bloco 3, CEP: 64.049-550, Teresina-PI
FONE/FAX: (086)3237-1424; e-mail: pgfisica@ufpi.br

Q1A: A evolução temporal de uma certa quantidade *A(q,p,t)*, definida no espaço de fases, é dada por

$$\frac{dA}{dt} = \{A, H\} + \frac{\partial A}{\partial t}.$$

a) Considere o caso particular descrito pela hamiltoniana

$$H = q_1 p_1 - q_2 p_2 - a q_1^2 + b q_2^2,$$

onde *a* e *b* são parâmetros constantes. Mostre que as quantidades

$$A = q_1 q_2,$$

$$B = \frac{p_1 - a q_1}{q_2},$$

são constantes.

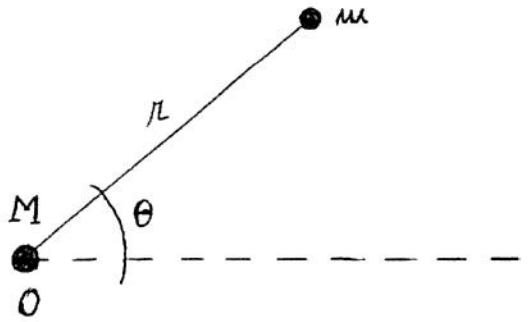
b) De uma maneira geral, o parêntese de Poisson entre duas quantidades quaisquer *A* e *B* é dado por

$$\{A, B\} = \sum_i \left(\frac{\partial A}{\partial q_i} \frac{\partial B}{\partial p_i} - \frac{\partial B}{\partial p_i} \frac{\partial A}{\partial q_i} \right).$$

Fazendo uso da identidade de Jacobi, mostre que os parênteses de Poisson entre duas quantidades constantes é também uma constante. Verifique se isto se aplica para o caso das quantidades *A* e *B* do item anterior.

Q1B: Uma partícula de massa *m* se move sob a atração gravitacional de uma massa *M* fixa, situada na origem, como mostrado na figura adiante. Use as coordenadas polares *r* e θ como coordenadas generalizadas e obtenha as equações de Lagrange. Mostre que θ é uma coordenada cíclica e calcule o correspondente momento conservado p_θ.

Figura:



Q2A: A distribuição de Maxwell de velocidades para um gás ideal monoatômico é dada pela expressão

$$\omega(v) = \frac{4\pi}{N}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2\, e^{-\frac{mv^2}{2kT}},$$

onde N é o número de moléculas do gás, m é a massa de cada molécula, k é a constante de Boltzmann e T é a temperatura absoluta.

(a) Determine a velocidade média, a velocidade mais provável e a velocidade média quadrática das partículas. A velocidade média coincide com a velocidade mais provável?

(b) Determine a energia interna média e a energia mais provável para o gás. Você é capaz de explicar porque a energia correspondente a velocidade mais provável não é igual a energia mais provável?

Q2B: Considere N osciladores harmônicos independentes, que descrevem a propagação de vibrações na rede cristalina em seus modos normais. Os estados acessíveis a cada um dos osciladores são dados por $\hbar\omega\left(n+\frac{1}{2}\right)$, com n inteiro positivo.

(a) Encontre a seguinte expressão para o número de estados em função da energia

$$\Omega = \frac{\left(\frac{E}{\hbar\omega}+\frac{N}{2}-1\right)!}{\left(\frac{E}{\hbar\omega}-\frac{N}{2}\right)!\,(N-1)!}.$$

(b) Determine a energia interna média $\mathrm{e} = \mathrm{E/N}$ em função da temperatura T.

(c) Determine o calor específico definido como

$$\mathrm{c_v} = \left(\frac{\partial \mathrm{e}}{\partial \mathrm{t}}\right).$$

Q3A: Considere uma partícula confinada num poço unidimensional de largura *a*, onde o potencial vai a infinito em suas extremidades.

a) Determine os estados estacionários normalizados e suas correspondentes auto-energias quantizadas.

b) Determine os valores médios dos operadores x^2 e p^2 para cada um dos estados estacionários e verifique se eles obedecem o princípio da incerteza e determine qual estado estacionário deste sistema possui incerteza mínima.

c) Encontre as médias de x e p. Obviamente, para estados estacionários elas não dependem do tempo. De que forma podemos construir um estado do sistema em que $\langle x \rangle$ e $\langle p \rangle$ dependa do tempo?

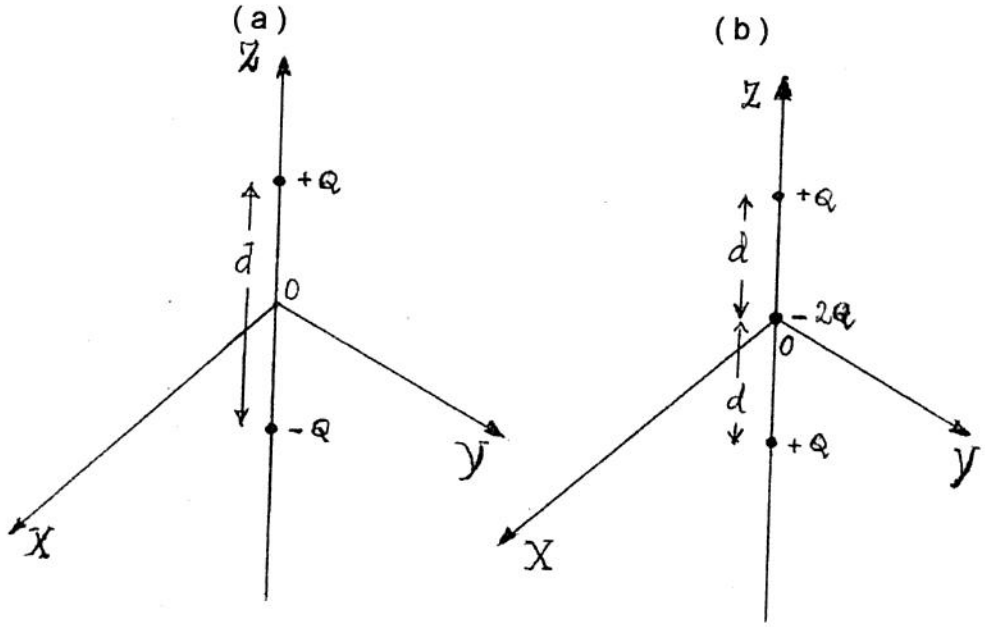
Q3B: Uma partícula é descrita pela função de onda

$$\psi(x) = \left(\frac{\pi}{a}\right)^{-1/4} exp\left(\frac{-ax^2}{2}\right).$$

Calcule Δx e Δp, e verifique a relação de incerteza.

Q4A: Determine o termo dominante do potencial elétrico gerado pelos seguintes arranjos de cargas colocados no vácuo, em todos os pontos do espaço:

Figura:



Q4B: Considere uma caixa retangular submetida às condições de contorno

$$\begin{cases} V(0,y,z)=0 & V(a,y,z)=0 \\ V(x,0,z)=0 & V(x,b,z)=0 \\ V(x,y,0)=0 & V(x,y,c)=V_0 \end{cases}$$

Encontre o potencial elétrico em todos os pontos dentro da caixa.

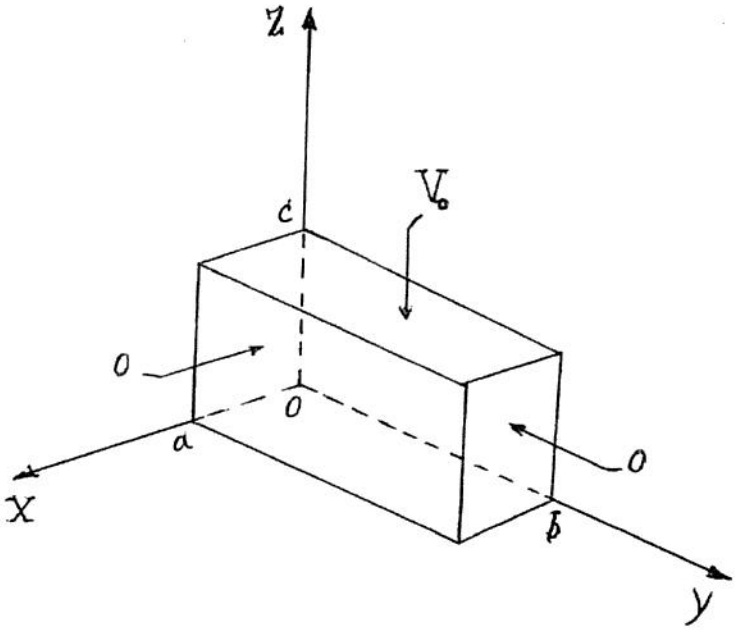



Figura: