MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
COORDENAÇÃO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Prova de Seleção
2º semestre/2014
Parte 2 – Ciclo Profissional

Data: **15/07/2014**
Duração: **4 horas**
CÓDIGO DO CANDITATO: _____

Instruções

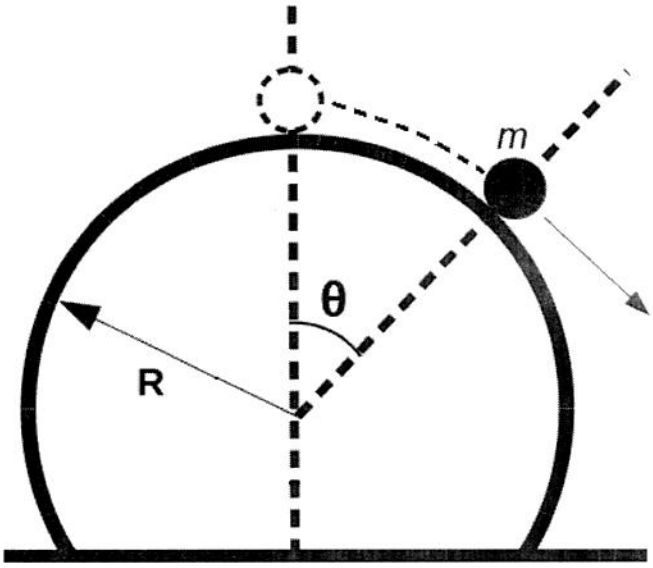
- Escreva seu código sorteado em cada folha de resposta, no espaço dedicado ao "CÓDIGO DO CANDIDATO".
- NÃO ESCREVA SEU NOME NAS FOLHAS DE RESPOSTAS. Elas serão identificadas apenas pelo seu código.
- Não é necessário devolver este caderno de questões.
- Você encontrará oito (08) questões, distribuídas em quatro (04) pares identificados com a seguinte notação: (Q1A, Q1B), (Q2A, Q2B), (Q3A, Q3B), (Q4A, Q4B). Você deverá responder apenas uma questão de cada par, que será escolhida por você.
- Todas as questões possuem o mesmo valor: 1,25 (um virgula vinte e cinco ponto).
- Não responda mais de uma questão por folha. Coloque sempre, em cada página de resposta o número da questão correspondente no espaço dedicado para isto: QUESTÃO _____.
- As folhas de rascunho serão descartadas e quaisquer informações contidas nelas não serão consideradas.
- Não é permitida consulta a nenhum material além do contido nesta prova.
- Não é permitido o uso de calculadora.

Boa Prova!

Campus Min. Petrônio Portela, Bairro Ininga, Bloco 3 , CEP: 64.049-550, Teresina-PI
FONE/FAX: (086)3237-1424; e-mail: pgfisica@ufpi.br

Q1A: Uma partícula de massa m desliza sem atrito sobre um cilindro fixo de raio R, como mostrado na figura adiante. A única força externa é a gravitacional. Se a partícula começa a deslizar partindo do repouso sobre o cilindro, determine o ângulo θ, com a vertical, a partir do qual a partícula abandona a superfície do cilindro.

Figura:



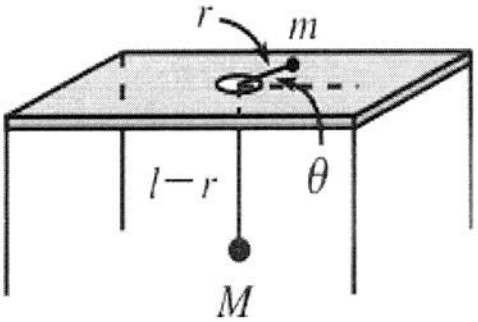
Q1B: Uma partícula de massa m está livre para deslizar sobre uma mesa sem atrito, e está conectada, através de uma corda de comprimento l, a outra partícula de massa M através de um furo no centro da mesa (ver figura adiante). Assumindo que M se move somente na vertical e que a corda permanece sempre esticada,

a) ache as equações Euler-Lagrange de movimento para as variáveis r e θ mostradas na figura.

b) sob que condições, a partícula m pode executar um movimento circular uniforme?

c) qual é a frequência para pequenas oscilações (na variável r) nesse movimento circular?

Figura:



Q2A: Demonstre que:

a) Os autoestados de $S_{\hat{n}} = \vec{S} \cdot \hat{n}$, para $s=1/2$ são dados por

$$|S_{\hat{n}}, +\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\frac{\phi}{2}} |+\rangle + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\frac{\phi}{2}} |-\rangle ,$$

$$|S_{\hat{n}}, -\rangle = \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{-i\frac{\phi}{2}} |+\rangle - \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) e^{i\frac{\phi}{2}} |-\rangle ,$$

com autoestados $\pm\frac{\hbar}{2}$, onde

$$\hat{n} = \sin\theta\cos\phi\vec{i} + \sin\theta\sin\phi\vec{j} + \cos\theta\vec{k},$$

é o vetor unitário na direção determinada pelos ângulos θ e ϕ em coordenadas polares.

b) Mostre que *qualquer* sistema de dois níveis, expresso pelo seguinte hamiltoniano

$$H = H_{1,1} |1\rangle \langle 1| + H_{2,2} |2\rangle \langle 2| + H_{1,2} |1\rangle \langle 2| + H^*_{1,2} |2\rangle \langle 1| ,$$

pode ser mapeado num sistema de spin $s=1/2$. Use o fato de que qualquer matriz 2x2 pode ser escrita como uma combinação linear das matrizes de Pauli e da matriz identidade 2x2.

c) Escreva os autoestados deste sistema de dois níveis em termos dos autoestados de $S_{\hat{n}}$.

Q2B: Considere a probabilidade de transição

$$P(1 \to 2)(t) = |\langle \phi_2 | U(t,0) | \phi_1 \rangle|^2,$$

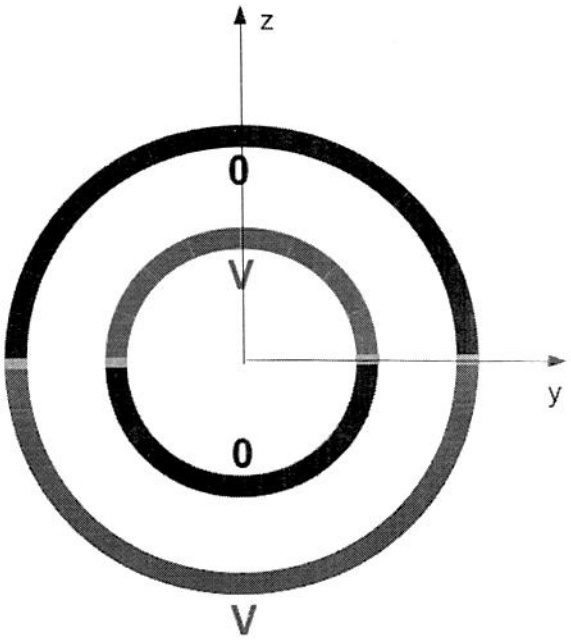
na qual $U(t,0)$ é o operador de evolução associado ao hamiltoniano de um sistema de dois níveis que tem a forma

$$H = \hbar\omega \begin{pmatrix} 0 & \gamma \\ \gamma^* & \Delta \end{pmatrix},$$

onde $|\phi_1\rangle$ e $|\phi_2\rangle$ são os vetores da base ortonormal usada para representar H. Mostre que $P(1 \to 2)(t)$ não depende de Δ para tempos muito curtos, no sentido que $(E_+ - E_-)t/\hbar \ll 1$, sendo $E_\pm$ os autovalores de H. Justifique.

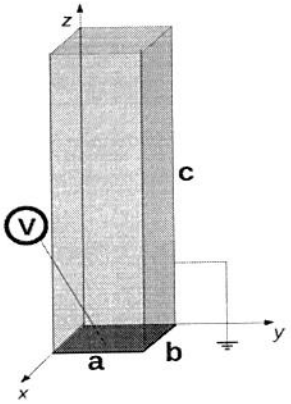
Q3A: Duas esferas concêntricas têm raios a e b ($b > a$) e estão divididas em dois hemisférios por meio de um mesmo plano horizontal isolante. O hemisfério superior da esfera interna e o hemisfério inferior da esfera externa são mantidos no mesmo potencial V. Os outros dois hemisférios são mantidos a potencial nulo. Determine o potencial na região para $a<r<b$, em séries de polinômios de Legendre. Inclua termos até $l=4$. Verifique se sua solução se enquadra para os resultados conhecidos nos limites em que $b \to \infty$ e $a \to 0$.

Figura (em corte):



Q3B: Considere a região interna a uma cavidade na forma de paralelepípedo, feita de um material condutor, cujas arestas têm comprimentos a, b e c. Considere nas condições de contorno $c >> a$ e $c >> b$. A face inferior de área ab é separada das quatro faces vizinhas por um material isolante colocado nas arestas que a limitam e é mantida a um potencial constante V. As faces laterais e a superior da cavidade são aterradas. Determine o potencial em todos os pontos internos da cavidade.

Figura:



Q4A: Considere um gás ideal, com equação de estado $PV=Nk_BT$ onde P, V, N, k_B e T são, respectivamente, a pressão, o volume, o número de partículas, a constante de Boltzmann e a temperatura. O gás possui calor específico molar constante. O gás é submetido a um processo quase estático e reversível.

a) A entropia depende do processo quase estático em questão? Ou seja, processos quase estáticos diferentes, com os mesmos estados inicial e final, necessariamente levam a variações de entropia diferentes?

b) Existe algum processo quase estático que deixe a entropia do gás constante?

c) Determine a variação de entropia em função dos estados inicial (P_i, V_i, T_i) e final (P_f, V_f, T_f) do gás.

Q4B: Considere N partículas indistinguíveis com spin $s=1/2$, fracamente interagentes, na presença de um campo magnético uniforme $\boldsymbol{H}=H\hat{z}$ e o sistema como um todo, sendo mantido a uma temperatura T. As energias acessíveis a cada uma das partículas são $+\mu H$ e $-\mu H$. Nestas condições, determine:

a) a energia interna média do sistema e a energia livre de Helmholtz;

b) o calor específico molar e a entropia do sistema;

c) o momento magnético total do sistema. Compare o momento magnético e a energia interna média e descreva se é possível alguma conclusão relativa ao comportamento macroscópico da magnetização do sistema e à sua energia.