MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
COORDENAÇÃO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Prova de Seleção
1º semestre/2013
Parte 2 – Ciclo Profissional

Data: **22/01/2013**
Duração: **4 horas**
CÓDIGO DO CANDITATO: _____

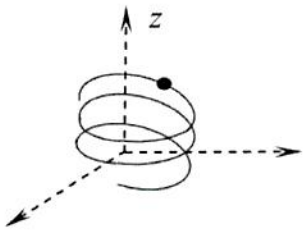
Instruções

- Escreva seu código sorteado em cada folha de resposta, no espaço dedicado ao "CÓDIGO DO CANDIDATO".
- NÃO ESCREVA SEU NOME NAS FOLHAS DE RESPOSTAS. Elas serão identificadas apenas pelo seu código.
- Não é necessário devolver este caderno de questões.
- Você encontrará oito (08) questões, distribuídas em quatro (04) pares identificados com a seguinte notação: (Q1A, Q1B), (Q2A, Q2B), (Q3A, Q3B), (Q4A, Q4B). Você deverá responder apenas uma questão de cada par, que será escolhida por você.
- Todas as questões possuem o mesmo valor: 1,25 (um virgula vinte e cinco ponto).
- Não responda mais de uma questão por folha. Coloque sempre, em cada página de resposta o número da questão correspondente no espaço dedicado para isto: QUESTÃO _____.
- As folhas de rascunho serão descartadas e quaisquer informações contidas nelas não serão consideradas.
- Não é permitida consulta a nenhum material além do contido nesta prova.
- Não é permitido o uso de calculadora.

Boa Prova!

Campus Min. Petrônio Portela, Bairro Ininga, Bloco 3 , CEP: 64.049-550, Teresina-PI
FONE/FAX: (086)3237-1424; e-mail: pgfisica@ufpi.br

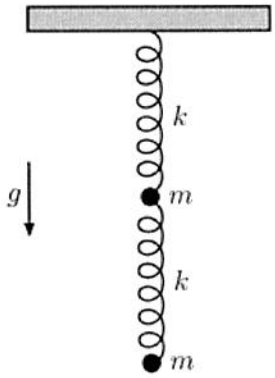
Q1A: Uma partícula de massa *m* move-se sem atrito sob a influência do campo gravitacional ao longo de uma trajetória helicoidal descrita por $z = k\theta$, com *r* e *k* constantes e *z* na vertical.



Determine:

a) A Lagrangiana.
b) A Hamiltoniana.
c) As equações de movimento.

Q1B: Um sistema é composto por duas molas idênticas, de massas desprezíveis e constantes elásticas *k*, acopladas com duas partículas de massas iguais a *m*, preso a um teto sob a ação do campo gravitacional *g*, como mostra a figura abaixo. O sistema move-se apenas na vertical.



Determine:

a) A Lagrangiana do sistema.
b) A frequência dos modos normais de oscilação.
c) No modo de mais baixa frequência, determine a razão entre as amplitudes das massas superior e inferior.

Q2A: a) Considere N partículas indistinguíveis de massa m, não-interagentes, dentro de uma caixa de volume V. A energia total do sistema é dada por

$$E = \sum_{i=1}^{N} \frac{P_i^2}{2m}$$

onde $\boldsymbol{P}$ é o momento linear de cada partícula.
Determine o número de estados Ω para uma dada energia entre 0 e E em função do volume V da caixa, da massa e do número total de partículas.
Sugestão: O volume de uma hiper-esfera de raio R em n dimensões é igual a $[(2/n).(\pi)^{n/2}.R^n]/\Gamma(n/2)$.
b) Mostre que, se definirmos a entropia como $S = kln(\Omega)$, poderemos chegar à equação de estado do gás: $PV = nkT$, para N muito grande. Use $\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_{V,N}$ e $\frac{P}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{E,N}$.

Q2B: Considere N osciladores harmônicos quasi-independentes, que, em termos práticos, descrevem a propagação de vibrações na rede cristalina em seus modos normais. Os estados acessíveis ao sistema são dados por $\hbar\omega(n + 1/2)$ com n inteiro.
a) Determine o número de estados em função da energia;
b) Use a definição da entropia $S = kln(\Omega)$ e as relações termodinâmicas $\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)_{V,N}$ e $\frac{P}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_{E,N}$ para escrever a energia interna média em função de T.
c) Determine o calor específico a volume constante e o seu limite para baixas temperaturas.

Q3A: Uma partícula de massa *m* está sob a ação de um potencial do oscilador harmônico unidimensional com autovalores de energia denotados por $E_n = (n + 1/2)\hbar\omega$ com autoestados correspondentes $|n\rangle$. Em $t = 0$ a partícula se encontra no estado $|\psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\,|0\rangle + i\,|1\rangle\,)$.
Determine:
a) $\langle E(t)\rangle = \langle\psi(t)|H|\psi(t)\rangle$.
b) $\langle x(t)\rangle = \langle\psi(t)|H|\psi(t)\rangle$.
c) O desvio médio quadrático de $x(t)$.

Q3B: Uma partícula de massa *m* está confinada em um poço quadrado infinito, unidimensional, entre *x=0* e *x=a*, tendo o estado descrito pela função de onda $\psi(x,0) = N\left\{sen\left(\frac{\pi x}{a}\right) - \frac{3}{4}sen\left(\frac{3\pi x}{a}\right)\right\}$, onde *N* é a constante de normalização e $E_n = \pi^2 n^2 \hbar^2/2ma^2$.

a) Determine a densidade de probabilidade $|\psi(x,t)|^2$.
b) Se fizermos uma medida da energia da partícula nesse estado, que valores podem ser encontrados e com quais probalidades eles ocorrem.

Q4A: Considere um resistor cilíndrico de raio r_o, comprimento l , e resistência R com uma corrente estacionária i ao longo do eixo do cilindro (ver figura adiante).

a) Encontre a magnitude do campo magnético $|\vec{B}(r)|$ dentro do resistor cilíndrico, onde r é a distância a partir do eixo do cilindro, em termos de i, r_o, l, r. Ignore os efeitos de bordas do cilindro.

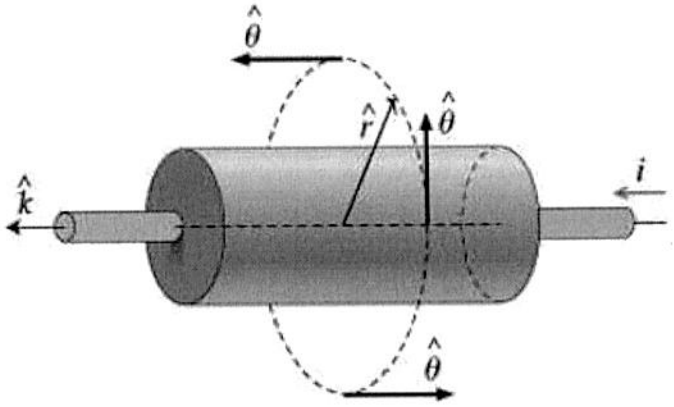
b) Comente sobre o vetor campo elétrico dentro do resistor $\vec{E}$.

c) Qual a magnitude do vetor campo elétrico $|\vec{E}(r)|$?

d) Qual é a direção do vetor de Poynting $\vec{S}$?

e) Calcule $|\vec{S}|$, a magnitude do vetor de Poynting na superfície do resistor ($r=r_o$)

Figura:



Q4B: Um dielétrico infinito, com permissividade ε_1, apresenta um buraco esférico de raio R. Aplica-se um campo elétrico constante $\vec{E} = E_0\hat{z}$, como indicado na figura adiante.

Determine:

a) Os campos $\vec{E}$, $\vec{D}$ e $\vec{P}$ em todo o espaço;

b) As densidades de carga livre e a de polarização.

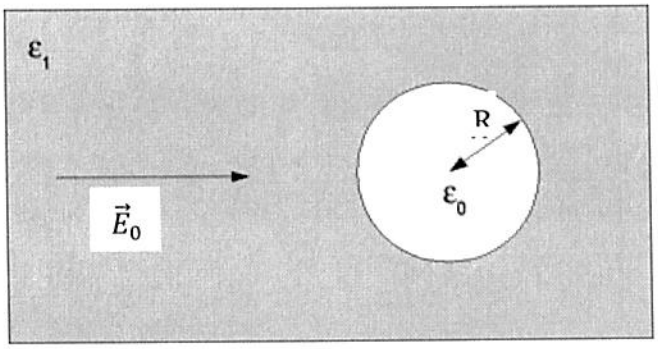



Figura: