MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
COORDENAÇÃO DO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FÍSICA

Prova de Seleção
2º semestre/2012
Parte 2 – Ciclo Profissional

Data: **17/07/2012**
Duração: **4 horas**
CÓDIGO DO CANDITATO: _____

Instruções

- Escreva seu código sorteado em cada folha de resposta, no espaço dedicado ao "CÓDIGO DO CANDIDATO".
- NÃO ESCREVA SEU NOME NAS FOLHAS DE RESPOSTAS. Elas serão identificadas apenas pelo seu código.
- Não é necessário devolver este caderno de questões.
- Você encontrará oito (08) questões, distribuídas em quatro (04) pares identificados com a seguinte notação: (Q1A, Q1B), (Q2A, Q2B), (Q3A, Q3B), (Q4A, Q4B). Você deverá responder apenas uma questão de cada par, que será escolhida por você.
- Todas as questões possuem o mesmo valor: 1,25 (um virgula vinte e cinco ponto).
- Não responda mais de uma questão por folha. Coloque sempre, em cada página de resposta o número da questão correspondente no espaço dedicado para isto: QUESTÃO _____.
- As folhas de rascunho serão descartadas e quaisquer informações contidas nelas não serão consideradas.
- Não é permitida consulta a nenhum material além do contido nesta prova.
- Não é permitido o uso de calculadora.

Boa Prova!

Campus Min. Petrônio Portela, Bairro Ininga, Bloco 3 , CEP: 64.049-550, Teresina-PI
FONE/FAX: (086)3237-1424; e-mail: pgfisica@ufpi.br

Q1A: Formalismo Lagrangiano: Considere um pêndulo simples de comprimento l e massa m localizado em um vagão de trem que tem aceleração constante a.

a) Escreva as energias cinética e potencial para o pêndulo, obtendo em seguida a Lagrangiana do sistema;

b) Utilizando o formalismo Lagrangiano, deduza a equação de movimento para o ângulo de deslocamento θ com relação à direção do movimento;

c) Obtenha o ângulo de equilíbrio θ para o qual $d^2\theta/dt^2 = 0$;

d) Encontre a frequência para pequenas oscilações do pêndulo em torno do ângulo de equilíbrio.

Q1B: Força central e pequenas oscilações: Considere uma partícula pontual de massa m sujeita a uma força atrativa do tipo $F = -k/r^2$, sendo k uma constante positiva.

a) Mostre que a energia potencial efetiva

$$U(r) = J^2/(2mr^2) - k/r\,,$$

pode ser representada na proximidade de seu mínimo como

$$U(r) = U_m - (K/2)(r-r_m)^2$$

e determine as constantes U_m, r_m e K;

b) Encontre o período T e a amplitude do movimento harmônico radial resultante, r_A, em função da energia mecânica E.

Respostas: $T = (2\pi J^3)/(mk^2)$; $r_A=(J^3/mk^2)\sqrt{2(E - U_m)/m}$.

Q2A: Poço delta: Considere um elétron submetido ao potencial

$$V_1(x) = -aV_o\delta(x),$$

onde $\delta(x)$ é a função delta de Dirac.

a) Escreva a equação de Schrödinger e determine o(s) estado(s) ligado(s) da partícula para este potencial;

b) Suponha que é imediatamente ligado um potencial do tipo

$$V_2(x) = -aV_o\delta(x + a),$$

determine novamente o(s) estado(s) ligado(s) da partícula na presença do potencial delta duplo.

Q2B: Oscilador harmônico 1D: Considere uma partícula submetida a um potencial do tipo

$$V = (1/2)(m\omega^3 X^2) .$$

a) Determine os autoestados e as autoenergias pelo método algébrico, usando as definições para os operadores

$$a = \sqrt{(m\omega/2\hbar)}\{X + (iP_x/m\omega)\} \quad \text{e} \quad a^\dagger = \sqrt{(m\omega/2\hbar)}\{X - (iP_x/m\omega)\}.$$

Atenção: Explicite todos os passos.

b) Demonstre a seguinte relação de incerteza para os autoestados

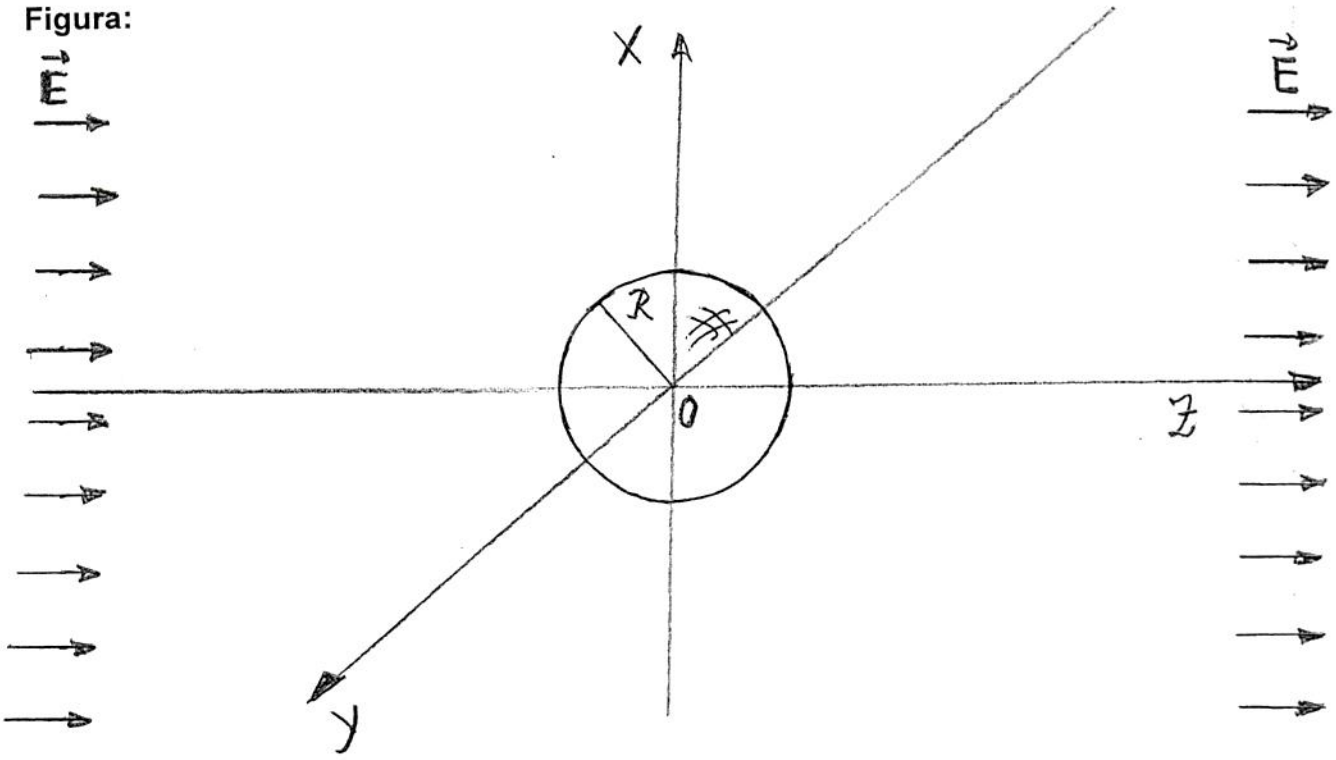
$$\langle(\Delta X)^2\rangle\langle(\Delta P)^2\rangle = \hbar^2(n + ½)^2 .$$

Q3A: Uma esfera metálica de raio R e descarregada é colocada em uma região onde existe um campo elétrico uniforme, $\boldsymbol{E} = E_0\,\boldsymbol{z}$. O meio é o vácuo e a esfera está centrada na origem do sistema de coordenadas esféricas. Veja a configuração na figura adiante. Para esta configuração, obtenha:

a) O potencial elétrico, $V(r,\theta)$, usando o sistema de coordenadas apropriado e os polinômios de Legendre;

b) A densidade de cargas induzidas, $\sigma(\theta)$, sobre a esfera metálica.

Figura:



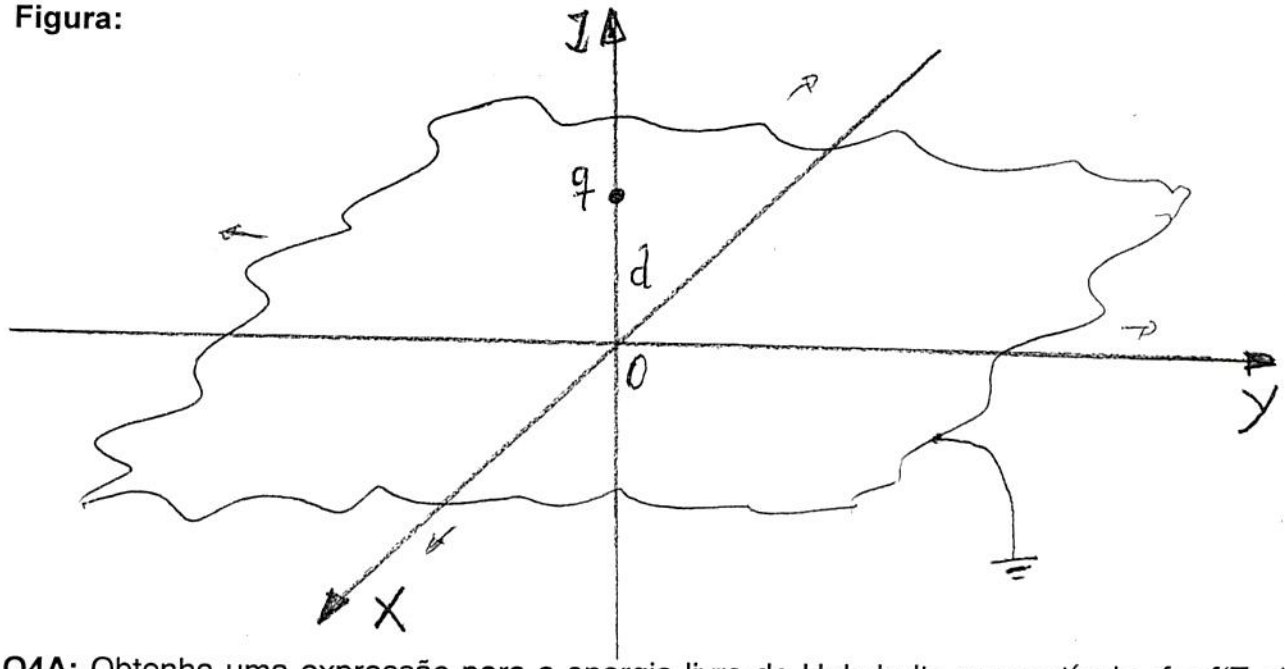
Q3B: Um plano infinito delgado metálico (plano XY) se encontra aterrado ($V=0$). Acima deste plano, coloca-se a uma distância d da origem, sobre o eixo Z, uma carga puntiforme q (positiva). Ver figura adiante. Para esta configuração, obter:

a) O potencial $V(x, y, z)$, no semiespaço acima do plano aterrado;

b) A densidade superficial de cargas induzidas, $\sigma(x, y)$, sobre o plano aterrado;

c) A força elétrica exercida pelo plano aterrado sobre a carga q.

Figura:



Q4A: Obtenha uma expressão para a energia livre de Helmholtz por partícula, $f = f(T, v)$, para um sistema puro que obedece às equações de estado

$$u = (3/2)pv \quad \text{e} \quad p = AvT^4,$$

onde A é uma constante.

Q4B: Um sistema de N osciladores quânticos localizados e independentes está em contato com um reservatório térmico à temperatura T. Os níveis de energia de cada oscilador são dados por

$$\varepsilon_n = h\,\omega_0\,(n + 1/2)\,, \quad \text{com } n=1, 3, 5, 7 \ldots .$$

Note que n é um número inteiro e ímpar.

a) Obtenha uma expressão para a energia interna u por oscilador em função da temperatura T. Esboce um gráfico de u contra T. Qual a expressão de u no limite clássico ($h\,\omega_0 << k_B T$)?

b) Obtenha uma expressão para a entropia por oscilador em função da temperatura. Esboce um gráfico da entropia contra a temperatura. Qual a expressão da entropia no limite clássico?

c) Qual a expressão para o calor específico no limite clássico?