

Objetivo: Analisar circuitos alimentados por gerador de corrente alternada.

Teoria: - Quando um resistor de resistência R é conectado entre os terminais de uma fonte a.c. como na fig.1, tanto a corrente como a tensão variam com $\sin \omega t$, de modo que a corrente está em fase com a tensão. As amplitudes da corrente e da tensão, como mostra a fig.1, estão relacionadas da mesma maneira que em um circuito d.c.

Para o capacitor, fig.2-a, submetido à tensão a.c. $V=V_0 \sin \omega t$, a diferença de potencial instantânea é: $V=q/C$; $dV/dt = (1/C)dq/dt$
Substituindo V por $(V_0 \sin \omega t)$ e dq/dt por I ,
 $\omega V_0 \cos \omega t = (1/C) I$,

$$I = \omega C V_0 \cos \omega t = \omega C V_0 \sin(\omega t + \pi/2)$$

$I = I_0 \sin(\omega t + \pi/2)$, onde $I_0 = \omega C V_0$ é o valor de pico da corrente.

Observe que a corrente de pico chega ao capacitor $1/4$ de período antes da tensão, fig.2-a.

A relação entre a tensão de pico e a corrente de pico é: $V_0 = (1/\omega C) I_0$.

A constante de proporcionalidade $1/\omega C$ é chamada reatância capacitiva, X_C .

$$X_C = 1/\omega C. \text{ Então, } V_0 = I_0 X_C$$

Por causa deste comportamento na fase, é comum usar o plano complexo para representar tensão e corrente.

$$V = V_0 e^{j\omega t} \quad X_C = (V_0/I_0) e^{-j\pi/2}$$

$$I = I_0 e^{j(\omega t + \pi/2)} \quad X_C = -j/\omega C$$

Se um gerador de corrente alternada for conectado a uma indutância, o circuito será o que é mostrado na fig.2-b, onde $I = I_0 \sin \omega t$. (O fenômeno não se altera se no lugar da corrente, $I = I_0 \sin \omega t$ toma-se como referência o valor da tensão no circuito).

$$V = -V_L, \quad V_L = -L di/dt, \quad V = L di/dt.$$

$$di/dt = \omega I_0 \cos \omega t$$

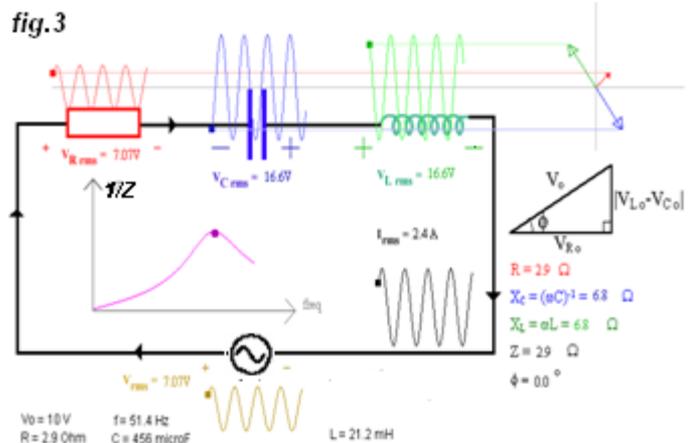
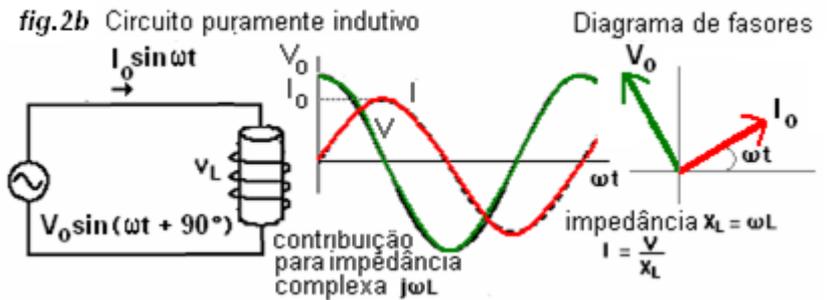
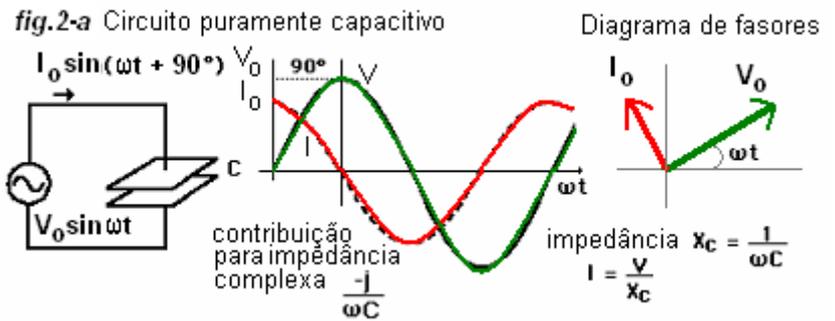
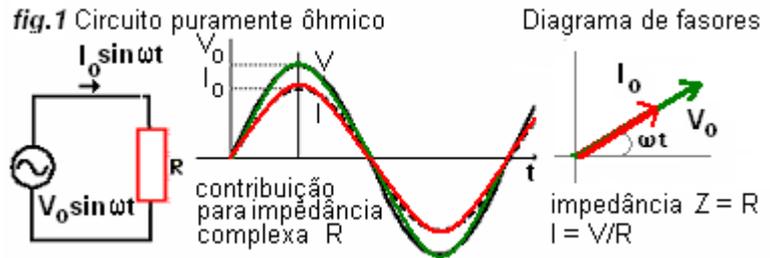
$$V = L \omega I_0 \cos \omega t$$

$$V = L \omega I_0 \sin(\omega t + 90^\circ)$$

$$V = V_0 \sin(\omega t + 90^\circ)$$

A corrente segue a tensão. Neste caso, a corrente se atrasa de 90° em relação à tensão (ou a tensão está avançada de 90° em relação à corrente). Como $V_0 = I_0 \omega L$, temos, para a reatância indutiva $X_L \equiv \omega L$ (reatância indutiva). O termo genérico reator é usado para se referir tanto a um indutor como a um capacitor.

As diferenças de potencial instantâneas em um circuito a.c. em série se somam algebricamente, tal como em um circuito d.c, mas as amplitudes de tensão se somam como vetores, fig.3.



Quando o gerador de corrente alternada é conectado a um circuito composto por um resistor **R**, um indutor **L** e um capacitor **C**, todos ligados em série, como é mostrado na fig.3, para manter a corrente $I = I_0 \sin \omega t$ no circuito, são necessárias tensões para vencer a resistência ôhmica, a reatância capacitiva e a reatância indutiva.

$$\begin{aligned} V_1 &= RI & V_1 &= I_0 R \sin \omega t \\ V_2 &= L di/dt & V_2 &= L \omega I_0 \cos \omega t \\ V_3 &= (1/C) \int Idt & V_3 &= -(1/\omega C) I_0 \cos \omega t \\ V &= V_0 \sin(\omega t + \phi) = R I_0 \sin \omega t + \omega L I_0 \cos \omega t - (1/\omega C) I_0 \cos \omega t \\ V &= V_0 \sin(\omega t + \phi) = R I_0 \sin \omega t + (\omega L - 1/\omega C) I_0 \cos \omega t \\ \text{Para } t = 0, & & V_0 \sin \phi &= (\omega L - 1/\omega C) I_0 \\ \text{Para } \omega t = \pi/2, & & V_0 \cos \phi &= R I_0 \quad V_0 / I_0 = Z \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} Z \sin \phi &= (\omega L - 1/\omega C) \\ Z \cos \phi &= R \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} Z &= [R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2]^{1/2} \\ \text{tg } \phi &= (\omega L - 1/\omega C) / R \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} R \\ X_L = \omega L \\ X_C = 1/\omega C \end{aligned} \right\} \quad Z = [R^2 + (X_L - X_C)^2]^{1/2}$$

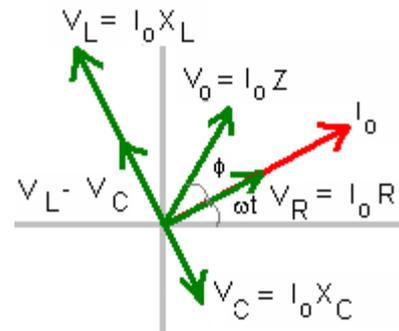


diagrama de fasores

A amplitude da tensão a.c. é $V_0 = Z I_0$ mas a tensão tem um avanço de um ângulo ϕ em relação à corrente. A constante de proporcionalidade Z entre V_0 e I_0 é chamada impedância e é análoga a R na lei de Ohm:

$$V_0 / I_0 = Z = [R^2 + (\omega L - 1/\omega C)^2]^{1/2}$$

A fórmula para a impedância de um circuito de corrente alternada em série tem um mínimo, quando: $(\omega L - 1/\omega C) = 0$
 $\omega = (1/LC)^{1/2}$. Este valor de ω é denominado frequência de ressonância ω_0 : $\omega_0 = (1/LC)^{1/2}$.

No caso de associação em paralelo, fig. 8-a, as três ramificações tem a tensão total $V = V_0 \sin \omega t$, a qual origina as correntes I_1, I_2 e I_3 , que estão relacionadas, entre si, do modo seguinte:

$$\begin{aligned} V &= RI_1 & I_1 &= (V_0 / R) \sin \omega t \\ V &= L (di_2/dt) & I_2 &= (1/L) \int V dt = -(V_0 / \omega L) \cos \omega t \\ V &= (1/C) \int I_3 dt & I_3 &= C (dV/dt) = \omega C V_0 \cos \omega t \\ I &= I_1 + I_2 + I_3 \\ I &= I_0 \sin(\omega t + \phi) = (V_0 / R) \sin \omega t - (V_0 / \omega L) \cos \omega t + \omega C V_0 \cos \omega t \\ I &= I_0 \sin(\omega t + \phi) = (V_0 / R) \sin \omega t + (\omega C - 1/\omega L) V_0 \cos \omega t \\ \text{Para } t = 0, & & I_0 \sin \phi &= (\omega C - 1/\omega L) V_0 \\ \text{Para } \omega t = \pi/2, & & I_0 \cos \phi &= V_0 / R \quad I_0 / V_0 = 1/Z \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} 1/Z \sin \phi &= (\omega C - 1/\omega L) \\ 1/Z \cos \phi &= 1/R \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} 1/Z &= [1/R^2 + (\omega C - 1/\omega L)^2]^{1/2} \\ \text{tg } \phi &= R (\omega C - 1/\omega L) \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} 1/R \\ 1/X_L = 1/\omega L \\ 1/X_C = \omega C \end{aligned} \right\} \quad 1/Z = [1/R^2 + (1/X_C - 1/X_L)^2]^{1/2}$$

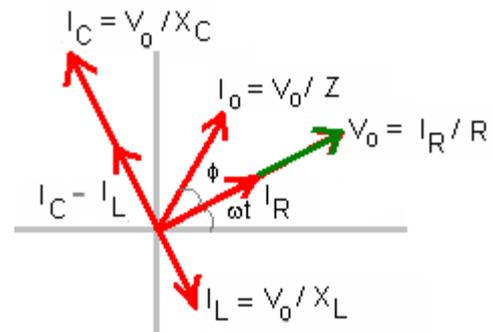


diagrama de fasores

Para $X_L = X_C$ ou $\omega L = 1/\omega C$, $\omega = (1/LC)^{1/2}$ Z é máximo.

Conceitos examinados: frequência, amplitude e fase, reatância capacitiva, reatância indutiva, filtro RL, filtro RC, leis de Kirchhoff, ressonância série, ressonância paralela.

Experimento

Material:

Osciloscópio

Gerador de ondas

Protoboard

Resistores - 10Ω, 500Ω/5w, 2,2KΩ

Capacitores - 0.01μF, 0.1μF

Indutores - 10mH, 35mH

Conectores

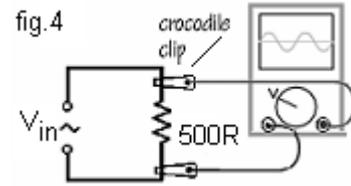
Procedimento:

1) Conecte no "board" o circuito da **fig 4**.

a) Conecte o osciloscópio em paralelo com o resistor. Ajuste os controles do gerador e do osciloscópio para obter uma onda senoidal no "scope".

b) Ajuste a frequência do gerador de ondas para o menor valor (18 Hz ou próximo). Aumente lentamente a frequência do gerador até o valor máximo 18kHz. Meça V_R com o osciloscópio.

Resposta: - Há variação na amplitude da tensão, V_R , no resistor? (A amplitude de uma onda é metade do valor pico a pico)



FILTRO RL

2) Conecte no "board" o circuito da **fig 5-a**.

a) Estabeleça no gerador uma onda de amplitude máxima. Meça este valor V_o usando o osciloscópio.

Nota: Define-se a impedância Z do circuito como a relação entre a amplitude da onda fornecida pelo gerador V_o e a amplitude da corrente no circuito I_o , $Z = V_o/I_o$.

A amplitude I_o pode ser obtida, conhecida a tensão no resistor V_R , $I_o = V_R/R$.

b) Ajuste a frequência do gerador de ondas para o menor valor (18 Hz ou próximo). Aumente lentamente a frequência do gerador até o valor máximo 18kHz. Resposta: - Há variação da amplitude de corrente no circuito?

c) Varie a frequência em "steps" de 2kHz, entre 1kHz e 10kHz ou próximo. Obtenha a amplitude de corrente no circuito para cada valor da frequência e complete a tabela da fig. 5-b. Calcule a impedância do circuito usando o valor conhecido de V_o .

Esboce em gráfico $Z = Z (f)$. Resposta: - Como se comporta a impedância do circuito RL com a frequência?

Trace a curva de resposta de frequência do filtro RL passa-baixas. O que poderá ser obtido é ilustrado na fig.5-c.

FILTRO RC

3) Substitua a bobina por um capacitor de 100nF, fig.6-a. Varie a frequência em "steps" de 2kHz, entre 1kHz e 10kHz ou próximo. Obtenha a amplitude de corrente no circuito para cada valor da frequência e complete a tabela da fig. 6-b.

Faça o gráfico da impedância do circuito em função da frequência superposto ao mesmo gráfico para o circuito RL.

Resposta: - Como se comporta a impedância do circuito RC com a frequência?

Trace a curva de resposta de frequência do filtro RC passa-altas. O que poderá ser obtido é ilustrado na fig.6-c.

Questão: - Determine a corrente em cada circuito, usando a forma a.c. da lei de Ohm, e mostre que o resultado é idêntico à solução da equação diferencial do circuito.

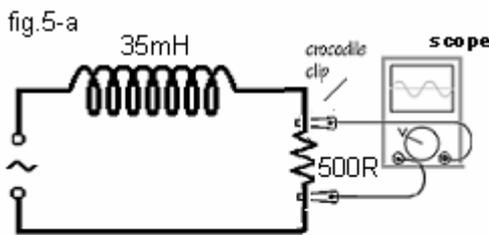


fig.5-b tabela circuito RL

f
V_R
I_o
Z

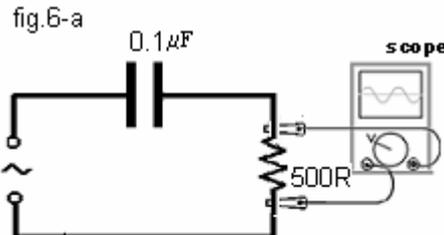
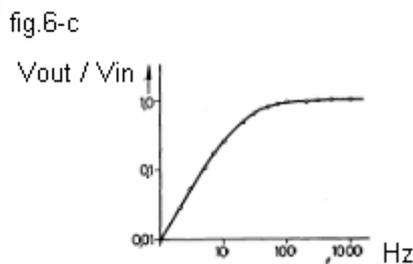
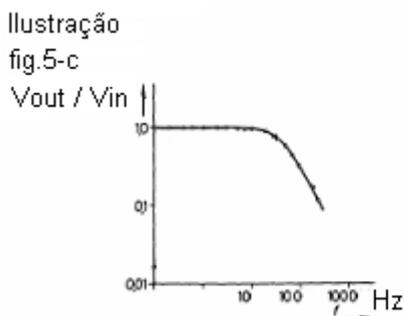


fig.6-b tabela circuito RC

f
V_R
I_o
Z



CIRCUITO RLC (Ressonância serie)

4) Conecte no "board" o circuito da **fig 7-a**.

a) Ajuste os controles do gerador e do osciloscópio para obter uma onda senoidal no "scope".

b) Varie a frequência em "steps" de 2KHz, entre 1KHz e 10KHz ou próximo. Calcule os valores correspondentes de I_o e complete a tabela fig. 7-b.

c) Esboce em gráfico **Z** versus **f**. Responda: - Como se comporta a impedância do circuito RLC com a frequência? Discuta o funcionamento do circuito.

d) Qual o valor da impedância do circuito em que a amplitude de corrente é máxima? Meça a corrente e as voltagens em cada elemento do circuito e também a voltagem através da associação L e C.

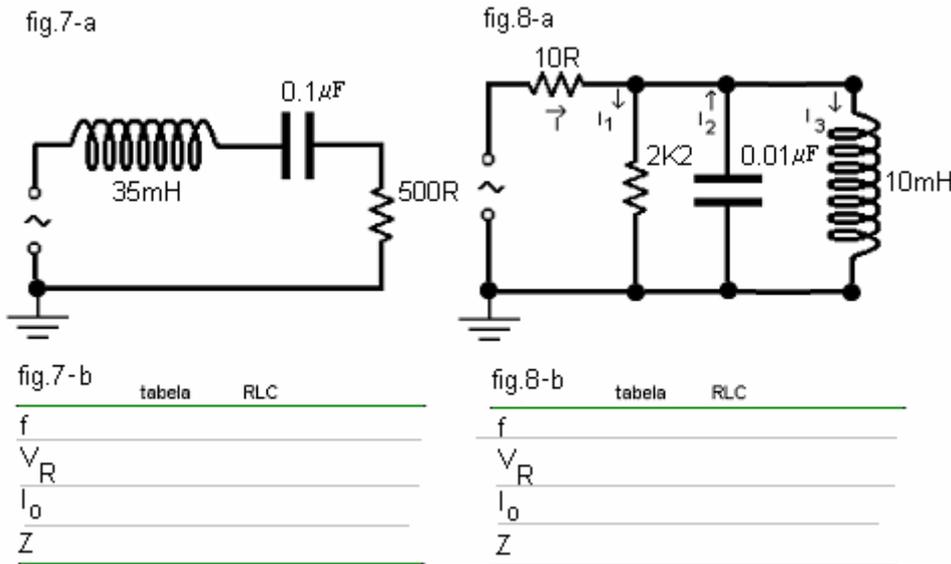
Nota: Este importante circuito, na condição ($\omega = \omega_o$), costuma ser utilizado para medir indutâncias.

CIRCUITO RLC (Ressonância paralelo)

5) Monte no "board" o circuito da **fig 8-a**.

a) Ajuste os controles do gerador e do osciloscópio para obter uma onda senoidal no "scope".

b) Varie a frequência em "steps" de 2KHz, entre 1KHz e 10KHz ou próximo. Calcule os valores correspondentes de I_o e complete a tabela da fig. 8-b.



c) Esboce em gráfico **Z** versus **f**. Responda: - Como se comporta a impedância do circuito RLC com a frequência? Discuta o funcionamento do circuito.

Questão: - O comportamento da corrente em um circuito a.c em série, à medida que a frequência varia, é análogo à resposta de um sistema massa-mola sujeito a uma força amortecedora viscosa, quando se varia a frequência da força motora.

A equação diferencial de um circuito RLC sem alimentação é: $Ld^2q/dt^2 + R dq/dt + q/C = 0$

a) Identifique o elemento inercial, o dissipativo e a "mola" (reservatório de energia potencial) no circuito e verifique fisicamente essas características.

b) O que significa fisicamente, em uma equação, o termo que contém a primeira derivada em relação ao tempo? Que tipo de processo é descrito?

c) O que significa "transiente" e "estado estacionário" para um oscilador harmônico amortecido forçado? Explique como surgem na solução da equação diferencial e como evoluem no tempo.

Questão: - Uma lâmpada fluorescente de 500W absorve uma corrente de 2,5A, com um fator de potência um. Calcule a indutância do reator que é necessário incluir em série com a lâmpada, caso esta deva funcionar com uma fonte de 220V e 60cps. Desenvolva o diagrama do circuito.

Referências:

Brophy J. Eletrônica básica, Guanabara Dois S.A., Rio de Janeiro - RJ 1978.
 Plant, Macolm. Basic Eletronics, London, SCDC Publications
 Harowitz P.; Hill W. The Art of Eletronics, USA, Cambridge University Press, 1989.

Outros textos:

Purcell, E.M. Eletricidade e Magnetismo, São Paulo, Edgar Blucher, 1970.
 Hesnick, Robert Halliday e Krane Kenneth, Física, Livros técnicos e Científicos Editora S.A. Rio - RJ, 1996.
 Sears, Francis Weston, Física, Livros Técnicos e Científicos, Rio de Janeiro, 1981
 Orear, Jay. Fundamentos da Física, Livros Técnicos e Científicos Editora S.A. Rio de Janeiro 1982.