UNIVERSIDADE FEDERAL DO PIAUÍ
CENTRO DE CIÊNCIAS DA NATUREZA
DEPARTAMENTO DE FÍSICA
DISCIPLINA: FÍSICA EXPERIMENTAL I
PROF. DR.: JEREMIAS ARAÚJO

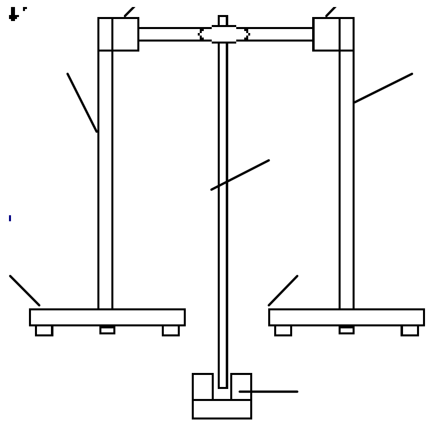
Prática X: PÊNDULO FÍSICO

## Objetivo

Determinar a gravidade local com um certo grau de precisão, utilizando o pêndulo físico. E determinar o período para diferentes eixos de rotação.

## Material Utilizado

- Um Tripé
- Duas hastes de 100cm
- Uma haste de 75cm
- Duas hastes fina
- Um Foto Sensor
- Três duplos nós
- Dois suporte de mesa
- Interface serial
- Program *LOGGER PRO*
- Pc Compac Windows
- Um cutelo



## Teoria

A Figura 1 ilustra um pêndulo composto, capaz de oscilar livremente em torno de um eixo que passa pelo ponto *P*. Na posição de equilíbrio ($\theta = 0$) o centro de massa *C* está alinhado com o ponto *P*, localizando-se logo abaixo deste. A distância entre *P* e *C* é a. Suponha também que o corpo tenha um momento de inércia *I* em relação ao ponto de oscilação *P*.

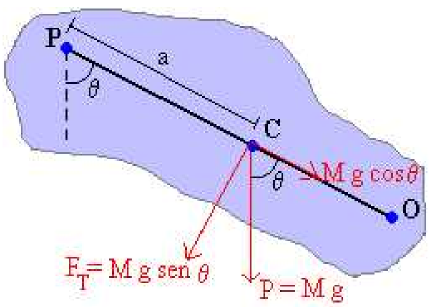



**Figura 1**

Para fazer uma análise do movimento do corpo quando ele é liberado, deve-se considerar que sua massa localiza-se toda no seu centro de massa *C*, onde atua a força peso, produzindo um torque $\tau$ em relação ao ponto *P*. Este torque é o único causador do movimento do corpo.

Quando o corpo é deslocado de sua posição de equilíbrio de um ângulo $\theta$ fica submetido a um torque da força peso atuante em seu centro de massa, dado pela expressão:

$\tau = - M\, g\, a\, \mathrm{sen}(\theta)$ (1)

Como o torque age sempre de modo a restaurar a condição de equilíbrio levando o ponto *C* verticalmente abaixo de *P* o lado direito da Equação 1 leva um sinal negativo (quando $\theta$ é positivo o torque é negativo e vice-versa). *M* é a massa do corpo e *g* é a aceleração da gravidade local. Para oscilações pequenas, quando $\theta$ é menor que 20 graus, podemos usar a aproximação:

$\mathrm{sen}(\theta) \simeq \theta$

e a Equação 1 ficará:

$\tau = - M\, g\, a\, \theta$ (2)

Mas este torque também pode ser calculado pela equação:

$\tau = I\alpha = I\, d^2\theta / dt^2$ (3)

Onde *I* é o momento de inércia do corpo em relação ao ponto *P* e $\alpha$ é a aceleração angular do pêndulo.

Igualando-se as Equações 2 e 3 obtém-se:

$d^2\theta / dt^2 + Mga\theta / I = 0$ (4)

que é a equação diferencial característica do movimento harmônico simples, e tem uma solução possível do tipo:

$\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \delta)$ (5)

Onde $\omega$ é:

$\omega = (Mga/I)^{1/2}$ (6)

E o período da oscilação vale:

$T = 2\pi\, (I/Mga)^{1/2}$ (7)

Ao igualar-se a equação do período do pêndulo composto à equação do período do pêndulo simples, encontra-se o comprimento $l_0$ do pêndulo simples equivalente ao pêndulo composto. Assim:

$2\pi\, (l_0/g)^{1/2} = 2\pi\, (I/Mga)^{1/2}$ (8)
$l_0 = I/Ma$ (9)

Este resultado significa que, quanto ao período, a massa do pêndulo físico pode ser considerada como concentrada em um ponto cuja distância em relação ao eixo de oscilação seja $l_0$. Este ponto é chamado centro de oscilação *O* do pêndulo físico e depende da posição do eixo de oscilação (ponto *P*), para qualquer corpo.

É possível demonstrar que o período de um pêndulo físico suspenso pelo ponto *P* é igual ao período do mesmo quando suspenso pelo ponto *O*, o que é uma propriedade do ponto de oscilação. Por ter esta propriedade, de mudar o ponto de oscilação sem alterar o período, o pêndulo físico também é chamado de pêndulo reversível.

Uma maneira de se achar o período do pêndulo reversível equivalente a um dado pêndulo simples é variar-se a distribuição de massa do pêndulo reversível, enquanto que mantém-se fixo os dois pontos de oscilação *P* e *P*'. Quando o período de oscilação for o mesmo para a suspensão do pêndulo em torno de *P* e *P*'**,** este último torna-se o centro de oscilação e a distância entre estes ($l_0$) será o comprimento do pêndulo simples equivalente.

Substituindo-se o valor de $l_0$ e de $T$ na equação para o período do pêndulo simples, obtém-se a aceleração da gravidade local:

$g = 4\pi^2 l_0/T^2$

**Aplicação do Teorema de Steiner**

$I = Ip + md^2$ ou $I / m = Io / m + d^2$
I = momento de inércia em relação ao eixo passando pelo centro de suspensão
Io = momento de inércia em relação ao eixo passando pelo centro de massa
Sendo R o raio de giro em relação ao eixo que passa pelo centro de massa podemos escrever:
$Io = mR^2$ ou $R^2 = Io / m$
Substituindo (Eq.06) em (7), vem:
$I / m = R^2 + d^2$
e a expressão do período fica:
$T = 2\pi (R^2+d^2 / gd)^{1/2}$
Há dois valores de d para os quais o período é o mesmo. Sejam $d_1$ e $d_2$ esses valores:
$T = 2\pi (R^2+d_1^2 / gd_1)^{1/2}$ e $T = 2\pi (R^2+d_2^2 / gd_2)^{1/2}$
Eliminando $R^2$ entre essas duas expressões:
$T = 2\pi (d_2+d_1 / g)^{1/2}$

**Determinação dos comprimentos $d_1$ e $d_2$ graficamente**

Podemos determinar os valores $d_1$ e $d_2$ graficamente, fazendo a barra oscilar, sucessivamente, pelos diversos centros de suspensão e traçando um gráfico dos períodos em função das distancias dos centros de suspensão ao centro de massa, para um e outro lado da barra.

Através do gráfico, vê-se que, quando o pêndulo é uniforme, os dois ramos são simétricos. Uma reta traçada, ABCD, interceptará a curva em quatro pontos; existem assim quatro pontos de suspensão com os quais a barra terá o mesmo período de oscilação.

Se forem determinados dois pontos de um corpo anti-simétrico em relação ao centro de gravidade, mas de tal maneira será o período de oscilação, ao suspender o corpo por eles, seja o mesmo, a distância entre esses pontos será igual ao comprimento do pêndulo simples, que tem o mesmo período. Esses pontos serão denominados, respectivamente, centro de suspensão e centro de oscilação ou de percussão. Pode-se ver pela figura que os segmentos $\overline{AC}$ ($x_1$) e $\overline{BD}$ ($x_2$) satisfazem a essas condições; portanto, $\overline{AC}$ e $\overline{BD}$ serão o comprimento do pêndulo simples correspondente ao período T em segundos; Então temos $d_1 = x_1 - x_{cm}$ e $d_2 = x_2 - x_{cm}$ e cm é centro de massa do pêndulo;

## Procedimento Experimental

Inicialmente montou-se o sistema acoplando as duas hastes de 100cm nos dois tripés, na vertical. Em seguida colocamos dois nós nas extremidades das hastes e acrescentamos as duas de 0,25m. No meio destas foi colocada a haste de 75cm, apoiada num determinado ponto, de modo a deixa-la oscilar. Em seguida montou-se um outro pequeno sistema, no qual ficará o foto sensor, e pelo qual passaria, no momento da oscilação, a haste de 75cm, esta constituindo o que chamamos aqui de *PÊNDULO FÍSICO*.

Para dar início às medições, afasta-se da posição inicial e solta. As diversas medições de período para uma série de posições fixas (eixos de rotação), medidas pela interface tem como objetivo traçar o gráfico do período em função do tempo ( para pequenas oscilações), e com isso torna-se possível determinar a gravidade terrestre através de cálculos.

**Resultados:** Preencher a tabela abaixo.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T | | | | | | | | | |
| L | 72,5 | 70 | 67,5 | 65 | 62,5 | 60 | 57,5 | 55 | 52,5 |

Esboçar o gráfico TxL

Através do gráfico determinemos os valores de $d_1$ e $d_2$; E também o cálculo de g;Caso o valor de g não seja satisfatório repetir as medidas. $x_{cm}$ =0.375m;

$d_1$ = ____________ = ______

$d_2$ = ____________ = ______

$\lambda_r = d_1 + d_2$ = ______

$T = 2\pi (L/g)^{-1/2}$ , $L = \lambda r$

$T^2 = (2\pi)^2 (d_1 + d_2 / g)$

$T^2 = (2\pi)^2\ \lambda_r / g$

$g = (2\pi / T)^2\ \lambda_r$

g = $(2\ 3{,}14/$ ____$)^2$ ______

g = ( 6,28 / _____ $)^2$ _____

g = _____ $m/s^2$

**Referencias Bibliográfica**

HALLIDAY,David, Robert Resnick; Física 2, Livro técnico e cientifico, Editora SA, Rio de Janeiro.

PHYWER,Experimental Literature Physics;Dr. Ludolf von Alvensleben

SILVEIRA, Marcelo Mauro e Silva, Nilson Canisan; Experimentos Virtuais de Física http://www.fsc.ufsc.br/~canzian/marcelo/pendulo/pendulo.html.

H. Moysés Nussenzveig, Curso de Física Básica; Oscilações e Ondas, Fluidos, Calor, Editora Edgard Blucher Ltda