



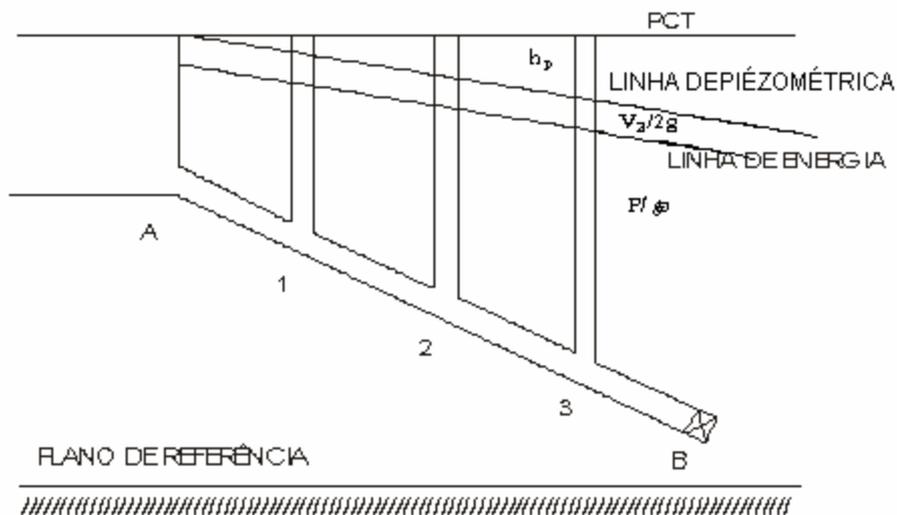
CAPITULO V

CONDUTOS SOB PRESSÃO

5.1 – Generalidades

Denominam-se condutos sob pressão, ou condutos forçados, as canalizações onde o líquido escoa sob uma pressão diferente da atmosférica. As seções destes condutos são sempre fechadas, e o líquido escoa enchendo-as totalmente.

5.2 – Perda de Carga



Registro fechado \longrightarrow água sobe nos piezômetros até a cota do reservatório.

Registro aberto \longrightarrow estabelece-se um REGIME PERMANENTE UNIFORME, pois $V = Cte$ ($Q = VA$).

Devido a perda de energia a água não sobe até a mesma altura em todos os piezômetros, ficando abaixo do nível do reservatório de uma distância ($V^2 / 2g$), mas na realidade, devido as resistências



que se opõem ao movimento, a altura da água nos diversos piezômetros vai diminuindo.

Linha Piezométrica ou Greide Hidráulico é a alinha que une os extremos das colunas piezométricas, fica acima do conduto a uma distância igual a pressão existente, expressa em altura de líquido (P/ρ), indicando, em cada ponto, o valor dessa pressão.

A linha de energia fica ($V^2 / 2g$) acima da linha piezométrica e lhe é paralela, dada a constância da velocidade.

Bernoulli entre 1 e 2

$$z_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{V^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{V^2}{2g} + h_{p12}$$

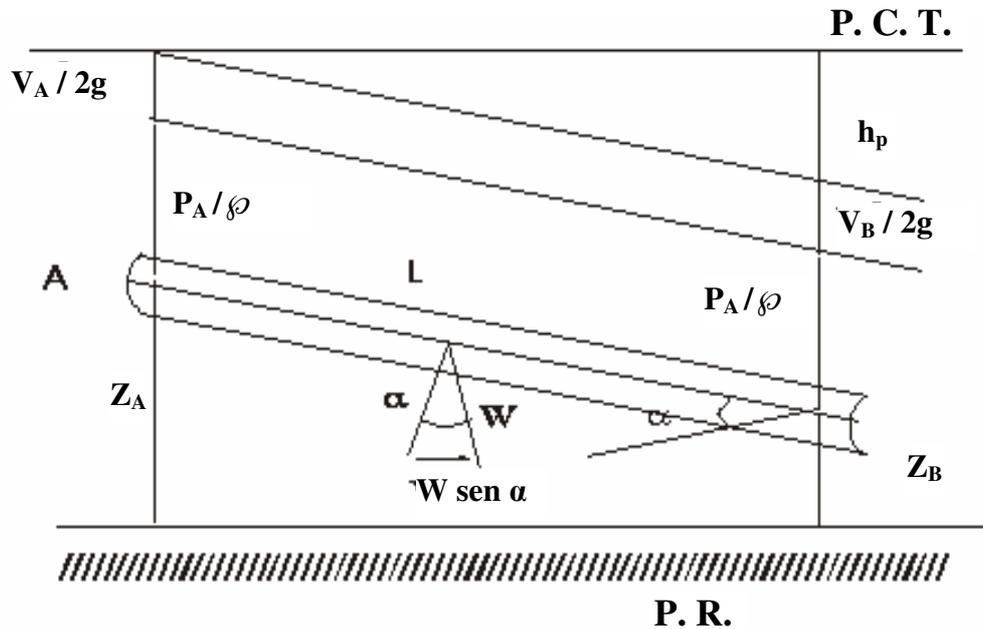
$$V_1 = V_2 = cte$$

$$h_{p12} = \left(z_1 + \frac{P_1}{\rho} \right) - \left(z_2 + \frac{P_2}{\rho} \right)$$

5.3 – Fórmulas Fundamentais da Perda de Carga

Para os efeitos correntes, embora tal hipótese não seja exata, supõe-se que a energia consumida para vencer as resistências que se opõem ao movimento é uma consequência do atrito do líquido contra as paredes do conduto, admitindo-se que ele desliza como um embolo dentro da tubulação; vê-se assim que a perda de (carga) energia será tanto maior quanto maior a rugosidade das paredes do conduto.

Prandtl → teoria da camada limite



Sobre o prisma elementar age a gravidade e as pressões P_A e P_B nas suas faces extremas, mas o movimento é uniforme, e não uniformemente acelerado, porque essas forças são equilibradas pela resistência oferecida pela parede.

Componente do peso segundo o eixo + Resultante pressões = Atrito entre o líquido e a parede

$$\rho A l \sin \alpha + A (P_A - P_B) = \mathfrak{S}_o \cdot X l$$

$A l \rightarrow$ volume

$\mathfrak{S}_o \rightarrow$ resistência da parede por unidade de área

$X \rightarrow$ perímetro



mas $l \operatorname{sen} \alpha = Z_A - Z_B$

$$\varnothing A(z_A - z_B) + (P_A - P_B)A = \mathfrak{S}_o X P \quad \div \varnothing A$$

$$(z_A - z_B) + \left(\frac{P_A}{\varnothing} - \frac{P_B}{\varnothing} \right) = \frac{\mathfrak{S}_o}{\varnothing} \frac{X}{A} l$$

$$\left(z_A - \frac{P_A}{\varnothing} \right) + \left(z_B - \frac{P_B}{\varnothing} \right) = \frac{\mathfrak{S}_o}{\varnothing} \frac{X}{A} l$$

$$h_p = \frac{\mathfrak{S}_o}{\varnothing} \frac{X}{A} l$$

$\frac{\mathfrak{S}_o}{\varnothing} \rightarrow$ pode ser expressa por uma função da velocidade

$$h_p = \frac{X}{A} l F(V) \rightarrow \text{fórmula geral da perda de carga}$$

- proporcional ao perímetro do conduto, pois quanto maior for esta, tanto maior a superfície atritante.
- proporcional ao comprimento do conduto
- inversamente proporcional à área da seção, pois quanto maior for este, tanto menor será, relativamente, o número de filetes líquidos sujeitos à ação das paredes.
- proporcional a uma função da velocidade $F(V)$, na qual estão incluídas a natureza do líquido e a influência das paredes.

Foi constatado, experimentalmente, que $F(V)$ era proporcional ao quadrado da velocidade e a um coeficiente (b) representativo da rugosidade da parede e da natureza do líquido.

$$h_p = bV^2 \frac{X}{A} l = \frac{bV^2}{R} l$$

$$\text{Raio Hidraulico : } R = \frac{\text{Área molhada}}{\text{Perímetro Molhado}} = \frac{A}{X} = \frac{\pi D^2 / 4}{2\pi D / 2} = \frac{D}{4}$$



Darcy
$$h_p = \frac{4 b V^2}{D} \ell$$

$$h_p = \frac{4 b V^2}{D} \ell \quad h_p = f \frac{\ell}{D} \frac{V^2}{2g} \quad \rightarrow \text{Fórmula de Weissbach}$$
$$j = 8 g b$$

Substituindo a velocidade em função da vazão

$$h_p = \frac{16 f}{2 g \pi^2} \frac{Q^2}{D^5} \ell = 0,08262 f \frac{Q^2}{D^5} \ell$$

Perda de Carga Unitária (J) \rightarrow é a perda de carga por unidade de comprimento da canalização.

$$J = \frac{h_p}{\ell} \quad h_p = f \frac{\ell}{D} \frac{V^2}{2g}$$

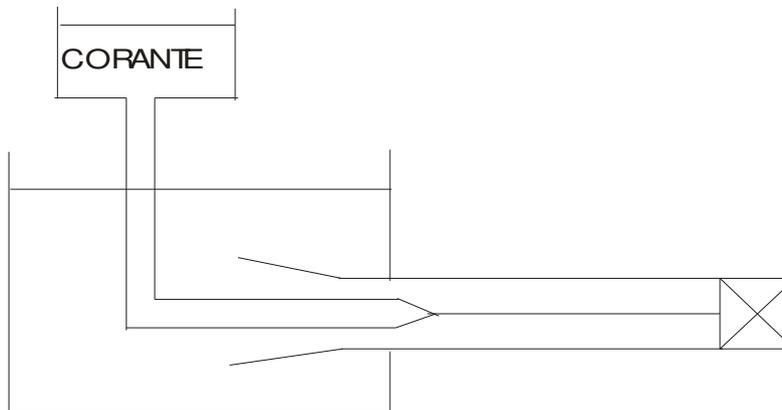
No movimento uniforme $J = \frac{h_p}{\ell} = \text{tg } \alpha$

5.4 – Distribuição das Velocidades dos Filetes Líquidos

É antiga a hipótese de que filetes líquidos não se deslocam com a mesma velocidade, pois em 1822, para seções circulares, Navier havia admitido que a velocidade das partículas decrescia do centro para a periferia, de modo que o líquido se descolava em camadas concêntricas, movendo-se umas em relação as outras como tubos telescópicos. Esta hipótese foi verificada por Bazim e hoje está inteiramente confirmada.



EXPERIÊNCIA DE REYNOLDS → Líquido escoava num tubo de vidro, um dos filamentos líquidos e tornado visível por um corante para se observar o comportamento das partículas.



Abrindo-se gradativamente o registro da extremidade do conduto, a princípio, quando a velocidade da água é pequena, o filete colorido permanece individualizado no interior da corrente. À medida que aumentam a descarga e a velocidade, observa-se que o filamento começa a quebrar-se, ramificando-se e, finalmente, quando a velocidade é alta o corante mistura-se completamente com o líquido, o que demonstra a turbulência do movimento.

REGIMES DE ESCOAMENTO:

Regime Laminar → Característico das pequenas velocidades, pequenos diâmetros e líquidos muito densos. *Perda de carga é devida ao atrito entre as camadas líquidas deslizando uma sobre as outras.*

Regime Turbulento → Característico das grandes velocidades, grandes diâmetros e pequena viscosidade, é o mais



encontrado na prática. *Além do atrito entre as camadas líquidas, deve-se considerar o choque entre as partículas provocado pela velocidade transversal. Também chamado regime hidráulico.*

Regime Laminar → Verifica-se a hipótese de Navier, (distribuição das velocidades, decresce do centro para a periferia)

Regime Turbulento → Verifica-se parcialmente a hipótese de Navier, porque o movimento é permanente apenas em relação ao valor médio da velocidade em cada ponto da seção transversal, pois essa velocidade, em cada instante, é resultante de uma componente longitudinal, cujo valor médio é constante, e de uma componente transversal cujo valor médio é nulo.

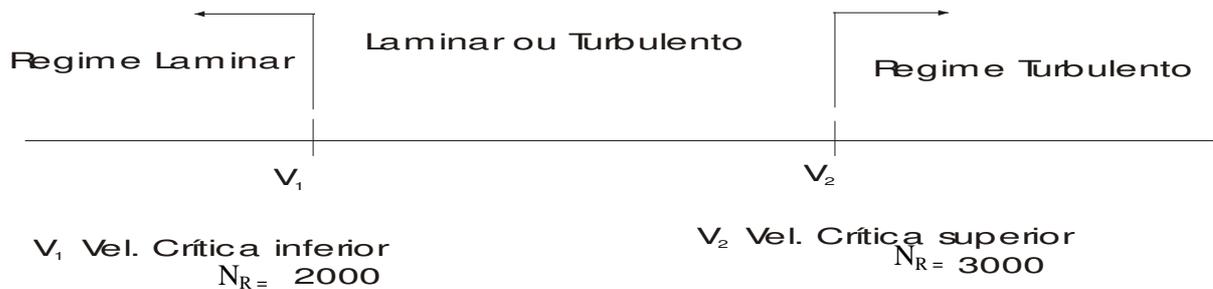
Na prática considera-se apenas o valor médio da componente longitudinal da velocidade de cada filete, o que define o “movimento médio”.

As componentes transversais da velocidade são a causa da turbulência, e a rugosidade do conduto é um dos elementos que para ela contribui de modo decisivo.

Uma vez adquirido, o estado de turbulência tende a persistir, porém, é alterado pelo efeito da viscosidade.



Velocidade Crítica → é a velocidade da passagem de um para outro regime. Num mesmo conduto existem duas velocidades críticas.



5.5 – Números de Reynolds

Denomina-se número de Reynolds a relação adimensional.

$$NR = \frac{\rho VD}{\mu} = \frac{VD}{\nu}$$

$V \rightarrow$ Velocidade do escoamento (m/s)

$D \rightarrow$ Diâmetro do conduto (m)

$\rho \rightarrow$ Massa Específica ($Kgfs^2/m^4$)

$\mu \rightarrow$ Viscosidade dinâmica (Kgs/m^4)

$\nu \rightarrow$ Viscosidade cinemática (m^2/s)

$$\nu = \mu / \rho$$

O número de Reynolds permite conhecer o regime do escoamento:



$N_R > 3000$	\Longrightarrow	Regime turbulento
$2000 < N_R < 3000$	\Longrightarrow	Ambos os regimes
$N_R < 2000$	\Longrightarrow	Regime laminar

O número de Reynolds da a relação entre as forças de inércia e as de viscosidade.

$$F_i = ma = \rho L^3 \times LT^{-2} = \rho L^4 T^{-2}$$
$$F_v = \mu A \frac{\Delta V}{\Delta z} = \mu L^2 \frac{LT^{-1}}{L} = \mu L^2 T^{-1}$$
$$\frac{F_i}{F_v} = \frac{\rho L^4 T^{-2}}{\mu L^2 T^{-1}} = \frac{\rho}{\mu} L^2 T^{-1} = \frac{L \times L}{T \nu} = \frac{VD}{\nu}$$

Maior o $N_R \Longrightarrow$ Maior a força de inércia \rightarrow possibilidade do regime turbulento.

Menor o $N_R \Longrightarrow$ Maior a força da viscosidade \rightarrow regime laminar.

Quando o movimento do fluído se dá num conduto fechado a gravidade não tem influência sobre as características do escoamento e somente a inércia e a viscosidade devem ser consideradas; nessas condições, se em dois condutos da mesma rugosidade escoam fluídos diferentes, com o mesmo valor do número de Reynolds, a natureza do escoamento e o grau de turbulência serão os mesmos nos dois condutos, uma vez que a relação entre as forças de inércia e as de viscosidade é a mesma em um e outro, apesar da diferença dos fluídos.

5.6 – Perda de Carga no Regime Laminar

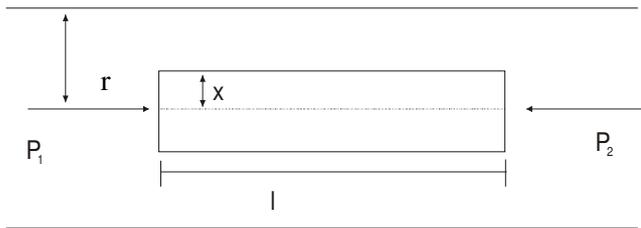
O regime laminar só raramente ocorre na prática, como por exemplo, no escoamento de líquidos muito viscosos, tais como óleos pesados.



Consideremos um conduto horizontal, de diâmetro D, no qual se move um líquido de densidade s e viscosidade μ em regime laminar.

$$y^2 = ax \rightarrow \text{parábola de vertice } (0,0) \text{ e eixo sobre OX}$$

$$x^2 = ay \rightarrow \text{vertice } (0,0); \text{ eixo OY}$$



$$F = \mu A \frac{\Delta V}{\Delta z}$$

$$F = \mathfrak{S} A$$

$$\mathfrak{S} = \mu \frac{\Delta V}{\Delta z}$$



Resistência da parede por unidade área

Componente peso + força pressão = resistência parede

$$\pi x^2 (P_1 - P_2) = \mathfrak{S} \cdot 2 \pi x \cdot l$$

$$\pi x^2 (P_1 - P_2) = - \mu \frac{dv}{dx} \cdot 2 \pi x \cdot l$$

$$(P_1 - P_2) x dx = - 2 \mu l dv$$

$$(P_1 - P_2) \int_0^x x dx = - \mu l \int_{v_{\max}}^v dv$$

$$(P_1 - P_2) \frac{x^2}{2} = - 2 \mu l (v - v_{\max})$$

$$v - v_{\max} = \frac{-(P_1 - P_2)}{4 \mu l} x^2$$

$$v = v_{\max} - \frac{(P_1 - P_2)}{4 \mu l} x^2$$

O segundo (-) é porque a velocidade diminui a medida que x



Para $x = R \Rightarrow v = 0$, logo

$$v_{\max} - \frac{(P_1 - P_2)}{4 \mu l} r^2 = 0 \quad \therefore \quad v_{\max} = \frac{(P_1 - P_2)}{4 \mu l} r^2$$

A velocidade em um ponto qualquer será:

$$v = \frac{(P_1 - P_2)}{4 \mu l} r^2 - \frac{(P_1 - P_2)}{4 \mu l} x^2$$

$$v = \frac{\rho h_P}{4 \mu l} (r^2 - x^2) \quad \therefore \quad v = \frac{\rho j}{4 \mu} (r^2 - x^2)$$

$$v = \frac{(P_1 - P_2)}{4 \mu l} (r^2 - x^2)$$

A descarga do conduto será:

$$Q = V \cdot A \quad A = \frac{\pi d^2}{4} = \pi r^2 \quad \therefore \quad dA = 2 \pi r dr$$

$$dQ = v dA$$

$$dQ = 2 \pi x dx \cdot \left[\frac{P_1 - P_2}{4 \mu l} (r^2 - x^2) \right]$$

$$Q = \frac{\pi (P_1 - P_2)}{2 \mu l} \int_0^r x (r^2 - x^2) dx$$

$$Q = \frac{\pi (P_1 - P_2)}{2 \mu l} \int_0^r (xr^2 - x^3) dx$$

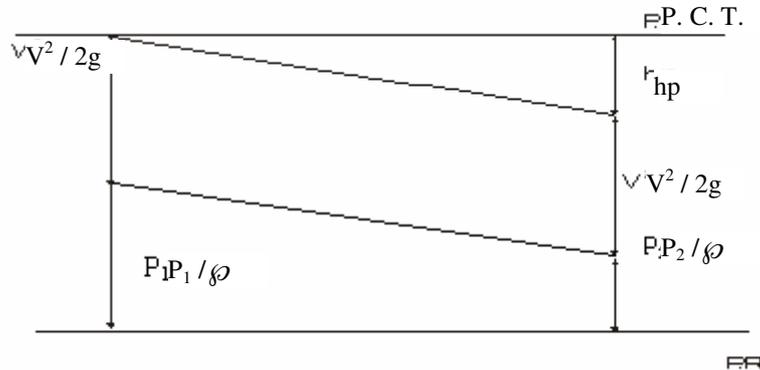
$$Q = \frac{\pi (P_1 - P_2)}{2 \mu l} \left(\frac{x^2}{2} r^2 - \frac{x^4}{4} \right)_0^r$$

$$Q = \frac{\pi (P_1 - P_2)}{2 \mu l} \left[\frac{r^4}{2} - \frac{r^4}{4} \right]$$

$$Q = \frac{\pi r^4 (P_1 - P_2)}{8 \mu l} = \frac{\pi D^4 (P_1 - P_2)}{128 \mu l}$$



Mas num conduto sob pressão onde $Q = \text{cte} \Rightarrow A = \text{cte} \Rightarrow V = \text{cte}$, logo



$$h_p = \frac{P_1}{\rho} - \frac{P_2}{\rho} \therefore P_1 - P_2 = \rho h_p$$

$$Q = \frac{\pi D^4}{128} \frac{\rho h_p}{\mu l} \quad \text{mas} \quad j = \frac{h_p}{l}$$

$$Q = \frac{\pi D^4}{128} \frac{\rho j}{\mu} \therefore Q = \frac{\rho \pi}{128 \mu} j D^4$$

$$J = \frac{128 \mu Q}{\rho \pi D^4}$$

$$\text{Água a } 15^\circ \text{C} \begin{cases} \rho = 999,13 \text{ Kg/m}^3 \\ \mu = 1,167 \times 10^{-4} \text{ Kg.s/m}^2 \end{cases} \Rightarrow Q = 210100 J D^4 \text{ m}^3 / \text{s}$$

5.7 – Fórmulas Racionais da Perda de Carga

Nas fórmulas de perda de carga, o valor do coeficiente é dado por expressões relacionando com a rugosidade da parede e com as propriedades do líquido e as dimensões do conduto, através do número de Reynolds.



As fórmulas geralmente aceitas são as de Prandtl, Nikuradse e Coolebrook, e nas quais a perda de carga é calculada pela expansão de Weissbach (fórmula universal).

$$h_p = f \frac{l}{D} \frac{V^2}{2g} \rightarrow \text{Weissbach}$$

Regime Laminar \rightarrow o coeficiente “ f ” depende exclusivamente das propriedades do líquido e da velocidade do escoamento, sendo a perda independente do material de que é feita a canalização.

$$f = \frac{64}{N_R}$$

O grau de rugosidade é definido pela rugosidade relativa, que é a relação entre o tamanho das asperezas e o diâmetro do conduto.

Deve-se conhecer, também, a hipótese de Prandtl, segundo a qual junto a parede se forma uma película de líquido onde o movimento é laminar (camada laminar ou limite), seguindo-se a zona do movimento turbulento.

$$\partial = \frac{32,8 D}{N_R \sqrt{f}} \rightarrow \text{espessura da camada laminar}$$

Como a espessura é pequena, praticamente todo o escoamento se dá na zona onde o movimento é turbulento.

Se o tamanho “ e “ das asperezas é menor que a espessura da camada limite, as mesma ficam inteiramente cobertas pela camada laminar, e o conduto é liso.

$$e < \frac{\partial}{3} = 19,5 a 30 D (N_R)^{-7/8}$$



Deve-se notar que a espessura da camada laminar diminui com o aumento do número de Reynolds, e que um conduto pode ser liso para um fluido e rugoso para outro, e que para um mesmo fluido pode ser liso nas baixas velocidades e rugoso nas maiores.

$$N_R = \frac{VD}{\nu}$$

Fórmulas para condutos lisos:

$$f = 0,316 N_R^{-0,25} \rightarrow \text{fórmula de Blasius}$$

$$f = 0,0032 + 0,221 N_R^{-0,237} \rightarrow \text{fórmula de Nikuradse}$$

Fórmulas para condutos rugosos:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left(\frac{e/D}{3,71} + \frac{2,51}{N_R \sqrt{f}} \right) \rightarrow \text{fórmula de Coolebrook}$$

$$f = 0,0055 \left[1 + \left(20.000 \frac{e}{D} + \frac{10^6}{N_R} \right)^{1/3} \right] \rightarrow \text{fórmula de de MOODY} \\ \text{válida para } 4000 < N_R < 10^7$$

$$f = \frac{1}{\left(-2 \log \frac{e/D}{3,7} \right)^2} \rightarrow \text{fórmula de Nikuradse}$$

A fórmula de COOLEBROOK está sendo muito empregada, pois atende às peculiaridades do regime de transição e as do regime de



completa turbulência, porque à medida que cresce o número de REYNOLDS, os resultados tendem para os da formula de NIKURADSE.

Segundo dados de diversas fontes, podem ser tomados os seguintes valores para a rugosidade dos materiais:

Ferro fundido novo.....	$e = 0,26$	- 1mm
“ “ enferrujado	1	- 1,5mm
“ “ incrustado	1,5	- 3mm
“ “ asfaltado	0,12	- 2,6mm
Aço laminado novo	0,0015	mm
“ comercial	0,046	mm
“ rebitado	0,92	- 9,2mm
“ asfaltado	0,04	mm
“ galvanizado	0,15	mm
“ soldado liso	0,1	mm
“ muito corroído	2	mm
“ rebitado, com cabeças cortadas	0,3	mm
Cobre ou vidro	0,0015	mm
Concreto centrifugado	0,07	mm
Cimento alisado	0,3	- 0,8mm
“ bruto	1	- 3mm
Madeira aplainada	0,2	- 0,9mm
“ não aplainada	1	- 2,5mm
Alvenaria de pedra bruta	8	- 15mm
Rocha bruta	0,2	mm
Tijolo	5	mm
Alvenaria de pedra regular	1	mm
Plástico	0,0006	mm