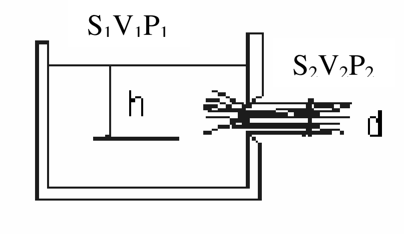
CAPÍTULO II

O R I F Í C I O S

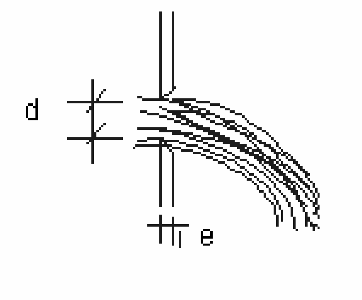
2.1 – **Generalidades**

São aberturas de perímetro fechado, localizados abaixo da superfície livre do líquido, nas paredes ou no fundo dos reservatórios, muros de barragem, etc.

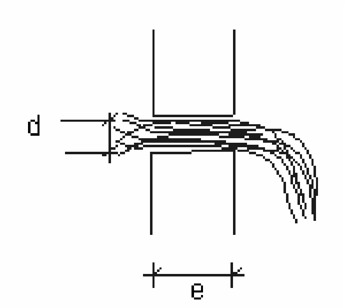
CLASSIFICAÇÃO:



Quanto à forma $\begin{cases} \text{Circulares} \\ \text{Quadrados} \\ \text{Retangular} \quad \text{, etc} \end{cases}$



Quanto as dimensões $\begin{cases} \text{Pequena} \quad \rightarrow d \leq \frac{1}{3}h \\ \text{Grandezas} \end{cases}$

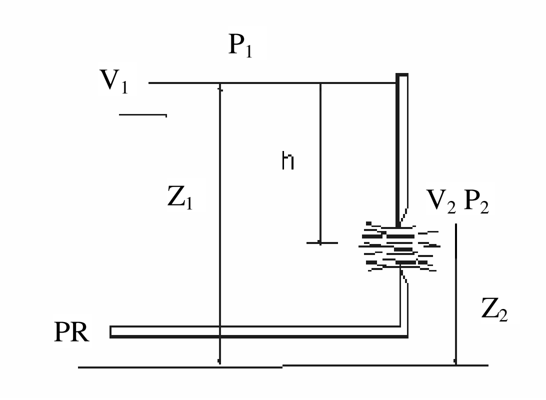


Quanto a Natureza Da parede $\begin{cases} \text{Parede delgada} \\ e < 1{,}5\,d \\ \text{Parede Espessa} \\ 1{,}5d \leq e < 2d \end{cases}$

Veia Líquida → é o jato que sai de um orifício, sua trajetória é parabólica.

- Para os orifícios pequenos, área inferior a 1/10 da superfície do reservatório pode-se desprezar a velocidade V_1 do líquido.
- Os orifícios em parede espessa funcionam como locais. ($e \geq 2d$)

2.2 – Escoamento no Orifícios em Parede Fina



Devido a inércia das partículas, o jato que sai de um orifício sofre uma gradual contração, ficando a sua secção menor que a da abertura. A contração da veia diminui portanto a secção útil do escoamento.

$$z_1 + \frac{Pa}{\wp} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{Pa}{\wp} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$z_1 - z_2 + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g} \quad \therefore \quad h + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g}$$

$$V_2^2 = 2gh + V_1^2 \quad \therefore \quad V_2 = \sqrt{2g\left(h + \frac{V_1^2}{2g}\right)} \quad \text{Velocidade Teórica}$$

Obs.:

A velocidade do jato varia proporcionalmente a $\sqrt{h}$, por isso, somente quando as dimensões do orifício são pequenas em relação à carga, pode-se considerar a velocidade do filete médio do jato como sendo a velocidade média do jato.

2.3 – Coeficientes de Velocidade, Contração e Vazão

Devido a viscosidade do líquido, a velocidade real do jato é um pouco menor que a dada pela fórmula $\sqrt{2\ gh}$, a qual deve ser afetada de um coeficiente de velocidade, ligeiramente menor que a unidade.

$$V_R = C_V \sqrt{2gh}$$

$(C_V)_{médio} = 0{,}97 \rightarrow$ para a água e líquidos de viscosidade semelhantes.

$$C_v = \frac{V_R}{V_t}$$

Coeficiente de Contração $\rightarrow$ é a relação entre a área da seção contraída do jato ($\mathbf{S_j}$) e a seção do orifício (**S**).

$$C_c = S_j / S \therefore S_j = C_c S$$

$$0{,}62 < (C_c)_{médio} < 0{,}64$$

Coeficiente de Vazão ou descarga $\rightarrow$ é igual ao produto dos coeficientes de velocidade e contração.

$$C_d = C_v \times C_c$$

$$0{,}57 < C_d < 0{,}70$$

Obs.:

Os coeficientes de vazão, contração e velocidade, dependem da forma e condições dos orifícios e da sua posição e situação em relação a superfície da água.

Tratando-se de água e orifícios circulares, a seção contraída encontra-se a uma distância da face interna do orifício igual a metade do diâmetro do orifício.

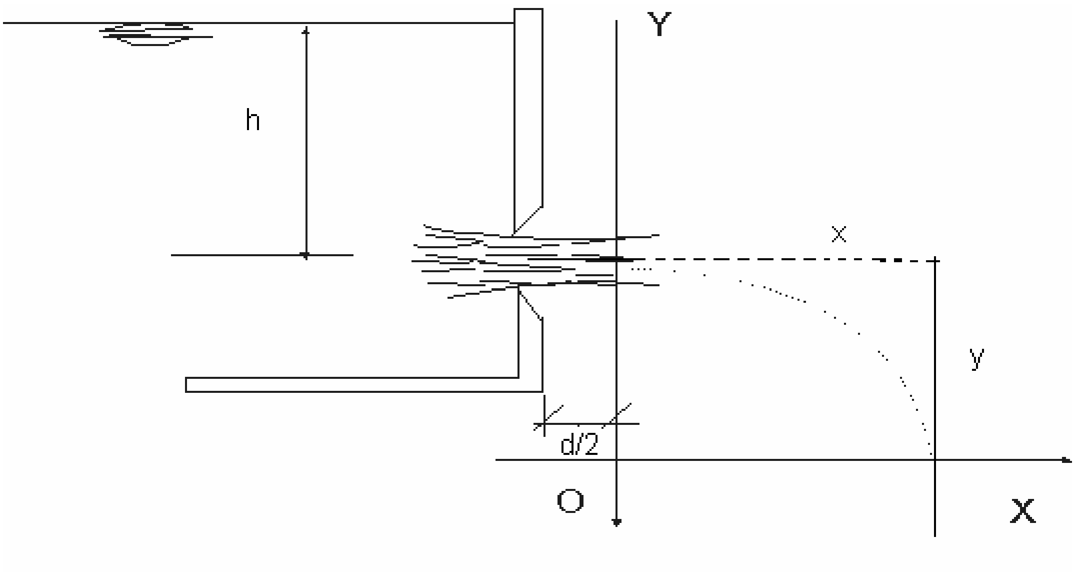
A vazão real do orifício pode ser calculada pelo produto da velocidade real do jato pela área da seção contraída.

$$Q_j = C_c \cdot S \cdot C_v \sqrt{2gh}$$

$$Q_j = C_d \, S \sqrt{2gh}$$

Determinação dos Coeficientes em laboratório

O coeficiente de velocidade pode ser determinado experimentalmente pela medida das coordenadas da trajetória do jato, considerando como origem o centro da seção contraída.



Movimento Uniforme: $x = v\,t \;\therefore\; t = x / v$

Movimento Unif. Variado: $y = ½\, g\, t^2 \;\therefore\; t = \sqrt{\dfrac{2y}{g}}$

$$\frac{x}{v} = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

$$v = \frac{x}{\sqrt{2y/g}}\text{; mas} \qquad v = Cv\sqrt{2gh}$$

$$C_v\sqrt{2gh} = \frac{x}{\sqrt{2y/g}}$$

$$C_v = \frac{x}{\sqrt{2gh}\,.\,\sqrt{2y/g}} = \frac{x}{2\sqrt{hy}} \;\therefore\; C_v = \frac{x}{2\sqrt{hy}}$$

O coeficiente de vazão pode ser determinado medindo-se a descarga real do orifício e comparando-se com o valor teórico $Q_t = S\sqrt{2gh}$

$$Q_R = C_d\, S\sqrt{2gh} \;\therefore\; C_d = \frac{Q_R}{S\sqrt{2gh}} \;\therefore\; C_d = \frac{Q_R}{\text{Qt}}$$

O coeficiente de contração pode ser determinado pela medida direta das dimensões da seção contraída ou pela relação dos coeficientes de vazão e velocidade.

$$C_d = C_v \,.\, C_c \quad \therefore \quad C_c = C_d / C_v$$

Existem tabelas para coeficiente de vazão:

Coeficientes de vazão para orifícios circulares (HAMILTON SMITH).

Carga no centro do orifício (em m)	DIÂMETRO DO ORIFICIO (em metros)					
	0,30	0,18	0,06	0,03	0,015	0,006
0,12	-	-		0,618	0,631	-
0,15	-	0,592	0,600	0,615	0,627	-
0,18	-	0,593	0,601	0,613	0,624	0,655
0,21	0,590	0,594	0,601	0,611	0,622	0,651
0,24	0,591	0,594	0,601	0,610	0,620	0,648
0,27	0,591	0,595	0,601	0,609	0,618	0,646
0,30	0,591	0,595	0,600	0,608	0,617	0,644
0,40	0,593	0,596	0,600	0,605	0,613	0,638
0,60	0,595	0,597	0,599	0,604	0,610	0,632
0,90	0,597	0,598	0,599	0,603	0,606	0,327
1,20	0,596	0,597	0,599	0,602	0,605	0,623
1,80	0,596	0,597	0,598	0,600	0,604	0,618
2,40	0,596	0,596	0,598	0,600	0,603	0,614
3,00	0,595	0,596	0,597	0,598	0,601	0,611
6,00	0,594	0,596	0,596	0,596	0,598	0,601
30,00	0,592	0,592	0,592	0,592	0,592	0,593

Coeficientes de vazão para orifícios retangulares (PONCELET e LESBROS).

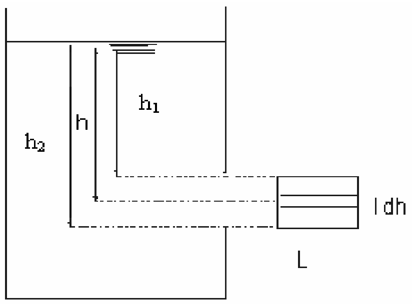
Carga no centro do orifício (em m)	ALTURA DO ORIFICIO (em metros)					
	≥ 0,20	0,10	0,05	0,03	0,02	0,01
0,005	-	-		-	-	0,705
0,010	-	-	0,607	0,630	0,660	0,701
0,015	-	0,593	0,612	0,632	0,660	0,697
0,020	0,572	0,596	0,615	0,634	0,659	0,694
0,030	0,578	0,600	0,620	0,638	0,659	0,688
0,040	0,582	0,603	0,623	0,640	0,658	0,683
0,050	0,585	0,605	0,625	0,640	0,658	0,679
0,060	0,587	0,607	0,627	0,640	0,657	0,676
0,070	0,588	0,609	0,628	0,639	0,656	0,673
0,080	0,586	0,610	0,629	0,638	0,656	0,670
0,090	0,591	0,610	0,629	0,637	0,655	0,668
0,100	0,592	0,611	0,630	0,637	0,654	0,666
0,120	0,593	0,612	0,630	0,636	0,653	0,663
0,140	0,595	0,613	0,630	0,635	0,651	0,660
0,160	0,596	0,613	0,631	0,634	0,650	0,658
0,180	0,597	0,615	0,630	0,634	0,649	0,657
0,200	0,598	0,615	0,630	0,633	0,648	0,655

0,250	0,599	0,616	0,630	0,632	0,646	0,653
0,300	0,600	0,616	0,629	0,632	0,644	0,650
0,400	0,602	0,617	0,628	0,631	0,642	0,647
0,500	0,603	0,617	0,628	0,630	0,640	0,644
0,600	0,604	0,617	0,627	0,630	0,638	0,642
0,700	0,605	0,616	0,630	0,629	0,637	0,640
0,800	0,605	0,616	0,630	0,629	0,636	0,637
0,900	0,605	0,615	0,626	0,628	0,634	0,635
1,000	0,605	0,615	0,626	0,628	0,633	0,632
1,100	0,604	0,614	0,625	0,627	0,631	0,629
1,200	0,604	0,614	0,624	0,626	0,628	0,626
1,300	0,603	0,613	0,622	0,624	0,625	0,622
1,400	0,603	0,612	0,621	0,622	0,622	0,618
1,500	0,602	0,611	0,620	0,620	0,619	0,615
1,600	0,602	0,611	0,618	0,618	0,617	0,613
1,700	0,602	0,610	0,616	0,616	0,615	0,612
1,800	0,601	0,609	0,615	0,615	0,614	0,612
1,900	0,601	0,608	0,614	0,613	0,612	0,612
2,000	0,601	0,607	0,613	0,612	0,612	0,611
>=3,000	0,601	0,603	0,606	0,608	0,610	0,609

2.4 – <u>Orifícios de Grande Altura em relação à Carga</u>

Quando a altura do orifício é grande em relação a altura d'água, as velocidades dos filetes do jato são bastante diferentes, e a velocidade do filete médio não pode mais ser considerada como velocidade média do jato.

A vazão pode diferir bastante da calculada pela fórmula $Q_R = C_d S \sqrt{2gh}$, mais a diferença pode ser desprezada quando a carga é ao menos o dobro da dimensão do orifício.



L → largura do orifício

dh → espessura do trecho elementar

h → altura d'água sobre o trecho elementar

* d → altura do orifício

A vazão do trecho elementar será:

$$dQ = C_d \,.\, L \,.\, dh \sqrt{2gh}$$

$$dQ = C_d \, L \sqrt{2g} \; h^{1/2} \, dh$$

A vazão total será:

$$Q = C_d \, . L . \sqrt{2g} \int_{h_1}^{h_2} h^{1/2} \, dh$$

$$\int x^a \, dx = \frac{1}{a+1} x^{a+1}$$

$$Q = C_d \; L \sqrt{2g} \, . \frac{2}{3} \left[h^{\;3/2} \right]_{h_1}^{h_2}$$

$$Q = \frac{2}{3} C_d \; L \sqrt{2g} \left(h_2^{\;3/2} - h_1^{\;3/2} \right) \rightarrow \text{em funçaõ da largura do orífício}$$

Sendo a área do orifício dada por:

$$S = L(h_2 - h_1)$$
$$L = S / (h_2 - h_2)$$
$$Logo:$$
$$Q = \frac{2}{3} C_d \; \frac{S}{(h_2 - h_1)} \sqrt{2g} \left(h_2^{\;3/2} - h_1^{\;3/2} \right)$$
$$Q = \frac{2}{3} C_d \; S \sqrt{2g} \left(\frac{h_2^{\;3/2} - h_1^{\;3/2}}{h_2 - h_1} \right) \rightarrow \text{em função da área do orífício}$$
$$Q = C'_d \; S \sqrt{2gh}$$
$$C'_d = x \, C_d$$

Os valores de x se encontram tabelados em função de d/h:

VALORES DA CORREÇÃO x PARA ORIFICÍOS RETANGULARES

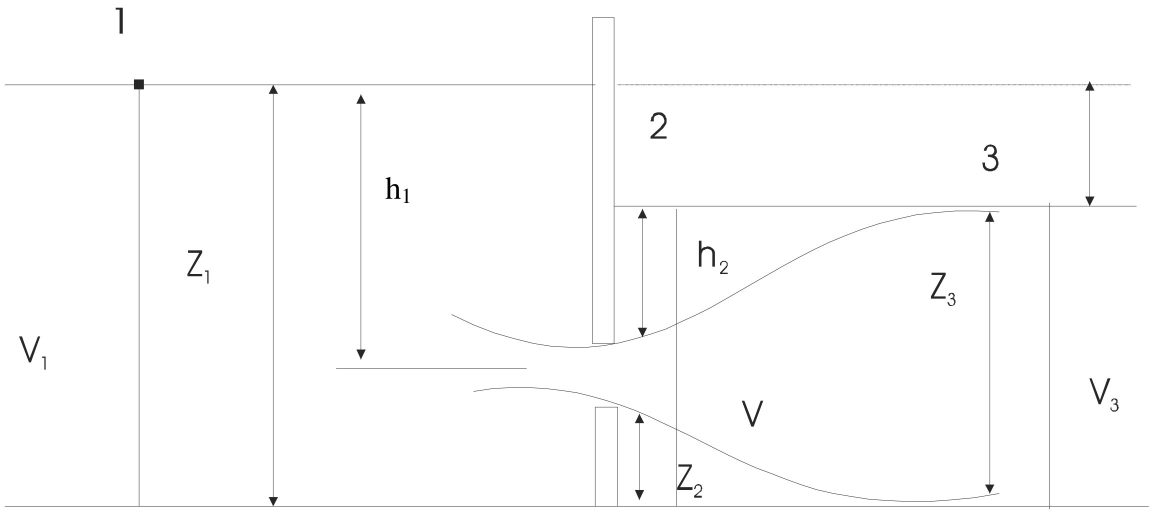
d/h = 0,5 x = 0,943	0,54 0,955	0,58 0,963	0,60 0,966	0,70 0,976	0,80 0,982	0,90 0,986
d/h = 1,0 x = 0,989	1,2 0,993	1,4 0,995	1,6 0,966	2 0,997	3 0,999	10 1,0

VALORES DA CORREÇÃO x PARA ORIFICÍOS CIRCULARES

r/h = 10 x = 0,96	0,999 0,962	0,99 0,963	0,95 0,966	0,90 0,97	0,85 0,974	0,80 0,977
r/h = 0,70 x = 0,983	0,60 0,988	0,50 0,992	0,40 0,995	0,30 0,997	0,20 0,999	0,10 0,9997

Não se conhecendo o valor exato de C_d, pode fazer $C'_d = 0,60$ para orifícios retangulares ou circulares com $d \geq 0,30$ m.

2.5 – Orifícios Afogados ou Submersos



O orifício está afogado quando a veia escoa em massa fluída, quando descarrega debaixo d'água.

1.º caso: A velocidade da água no reservatório é desprezível ($V_1 = V_3 = 0$)

Bernoulli entre 1 e 2

$$z_1 + 0 + 0 = z_2 + h_2 + \frac{V^2}{2g}$$

$$\frac{v^2}{2g} = z_1 - (z_2 + h_2)$$

$$\frac{v^2}{2g} = h \therefore v^2 = 2gh \therefore v = \sqrt{2gh} \rightarrow \text{velocidade teórica}$$

$$Q = C_d \, S \sqrt{2gh}$$

Os coeficientes para os orifícios afogados são um pouco menores que os correspondentes à descarga livre, mas o erro cometido com o uso dos mesmos é pequeno.

Os coeficientes de descarga para orifícios afogados, são:

Carga	Dimensões do Orifício				
	Circular d = 0,015m	Quadrado 0,015m	Circular 0,03m	Quadrado 0,03m	Retangular 0,015X0,03
0,15m	0,615	0,619	0,603	0,608	0,623
0,30	0,610	0,614	0,602	0,606	0,622
0,45	0,607	0,612	0,600	0,605	0,621
0,60	0,605	0,610	0,599	0,604	0,620
0,75	0,603	0,608	0,598	0,604	0,619
0,90	0,602	0,607	0,598	0,604	0,618
1,20	0,601	0,606	0,598	0,604	-

(HAMILTON SMITH)

<u>2.º caso</u>: As velocidades nos reservatórios de montante e jusante não são desprezíveis.

Bernoulli entre 1 e 2;

$$z_1 + 0 + \frac{V_1^2}{2g} = z_3 + 0 + \frac{V_3^2}{2g} + hp$$

$$h_P = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g} \rightarrow \text{Perda devida à expansão do jato}$$

$$z_1 + \frac{V_1^2}{2g} = z_3 + \frac{V_3^2}{2g} + \frac{(V - V_3^2)}{2g}$$

$$z_1 - z_3 + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_3^2}{2g} = \frac{(V - V_3)^2}{2g}$$

$$h + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_3^2}{2g} = \frac{(V - V^3)^2}{2g}$$

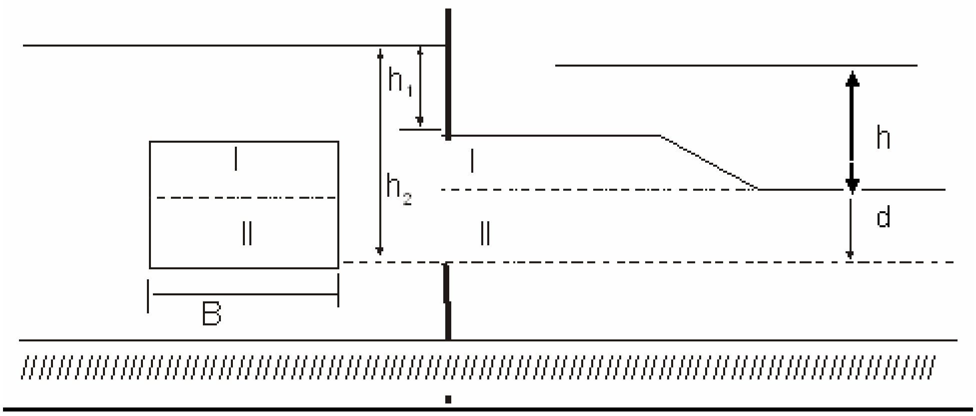
$$(V - V_3)^2 = 2g\left(h + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_3^2}{2g}\right)$$

$$V - V_3 = \sqrt{2g\left(h + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_3^2}{2g}\right)}$$

$$V = V_3 + \sqrt{2g\left(h + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_3^2}{2g}\right)}$$

$$Q = Cd\ S\left[V_3 + \sqrt{2g\left(h + \frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_3^2}{2g}\right)}\right]$$

2.6 – <u>Orifícios Parcialmente Afogados</u>



A descarga do orifício parcialmente afogado pode ser considerada como a soma das descargas de um orifício de grandes dimensões (I) e de um orifício afogado (II).

$$Q_I = \frac{2}{3} C_d \; L \sqrt{2g} \left(h_2^{3/2} - h_1^{3/2} \right)$$

Com V_1=0

$$Q_I = \frac{2}{3} C_d \; b \sqrt{2g} \left(h_2^{3/2} - h_1^{3/2} \right)$$

$$Q_{II} = (C_d)_S . S \sqrt{2gh}$$

$(Cd)_S \rightarrow$ coeficiente descarga orifício submerso.

$$Q_{II} = (C_d)_S . b . (h_2 - h) \sqrt{2gh}$$

$$Q_{II} = Q_I + Q_{II}$$

$$Q = \frac{2}{3} C_d \; b \sqrt{2g} \left(h_2^{3/2} - h_1^{3/2} \right) + (Cd)_S . b . (h_2 - h) \sqrt{2gh}$$

$$Q = b \sqrt{2g} \left[\frac{2}{3} C_d \left(h_2^{3/2} - h_1^{3/2} \right) + (C_d)_S (h_2 - h) \sqrt{h} \right]$$

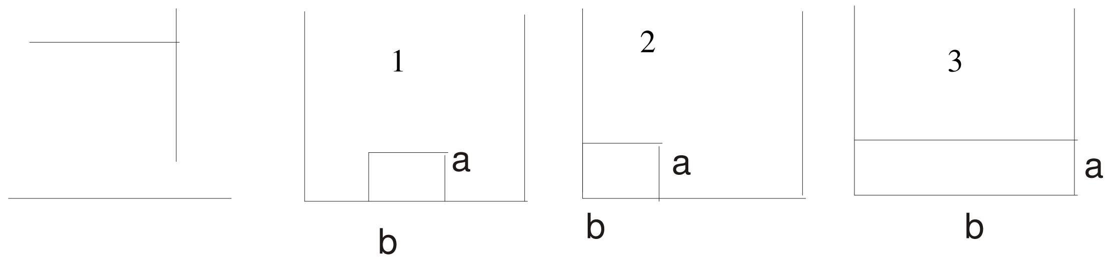
2.7 – Contração Incompleta da Veia

Para posições particulares dos orifícios, a contração da veia pode ser afetada, modificada, ou mesmo suprimida alterando-se a vazão.

Para que a contração seja completa, produzindo-se em todo o contorno a veia, é preciso que o orifício esteja localizado a uma distância do fundo ou das paredes laterais, pelo menos igual a duas vezes a sua menor dimensão.

No caso de orifícios abertos junto ao fundo ou às paredes laterais é indispensável uma correção. Nessas condições, aplica-se um coeficiente de decarga corrigido C'_d.

Para orifícios retangulares : $C'_d = C_d\,(1 + 0{,}15\ K)$



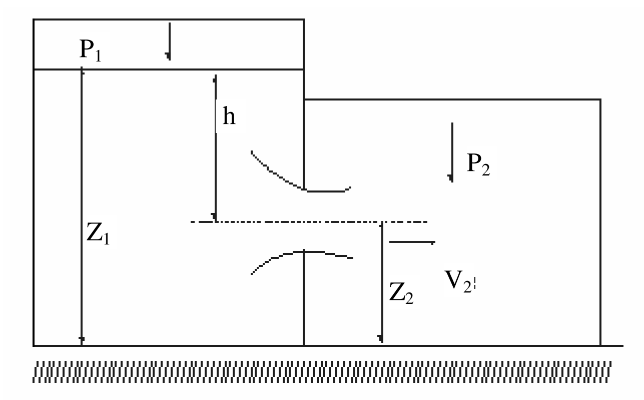
$$K_1 = \frac{b}{2\left(a + b\right)} \qquad K_2 = \frac{a + b}{2\left(a + b\right)} \qquad K_3 = \frac{2a + b}{2\left(a + b\right)}$$

$$K = \frac{\text{perímetro da parte em que há suspensão}}{\text{perímetro total do orifício}}$$

Para orifícios circulares: $C'_d = C_d\,(1 + 0{,}13\ K)$

	K
Orifício junto a uma parede lateral -------------------------------------	0,25
Orifício junto ao fundo --	0,25
Orifício junto ao fundo e a uma parede lateral -------------------------	0,50
Orifício junto ao fundo e a duas paredes laterais ----------------------	0,75

2.8 – Escoamento Sob Pressões Diferentes



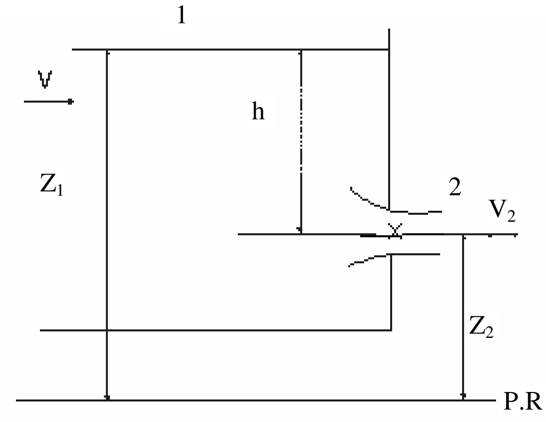
$$z_1 + \cancel{\frac{P_1}{\wp}} + 0 = z_2 + \cancel{\frac{P_2}{\wp}}_2 + v_2$$

$$z_1 - z_2 + \frac{P_1}{\wp} - \frac{P_2}{\wp} = \frac{v_2^{\,2}}{2g}$$

$$\frac{v_2^{\,2}}{2g} = h + \frac{P_1}{\wp} - \frac{P_2}{\wp}$$

$$v = \sqrt{2g\left(h + \frac{P_1 - P_2}{\wp}\right)}$$

2.9 – Perda de Carga nos Orifícios



$$z_1 + \frac{Pa}{\wp} + 0 = z_2 + \frac{Pa}{\wp} + \frac{v^2{}_2}{2g} + h_P$$

$$z_1 - z_2 - \frac{v^2{}_2}{2g} = h_P \therefore h - \frac{v_2^2}{2g} = h_p$$

mas $\quad v_2 = C_V \sqrt{2gh}$

$$h - \frac{C_V{}^2 .2gh}{2g} = h_P$$

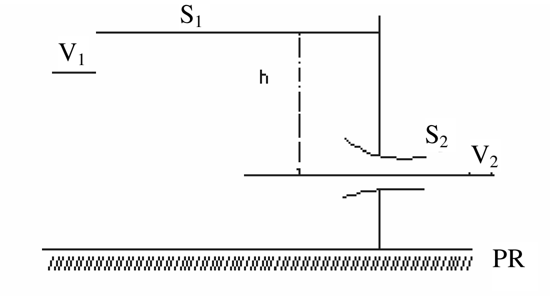
$$h_P = h - C_V{}^2 .h \quad \therefore \quad h_P = h\left(1 - C_V{}^2\right)$$

ou então; $\quad v_2 = C_V \sqrt{2gh} \quad \therefore \quad v_2{}^2 = C_V{}^2 .2gh \therefore h = \dfrac{v_2{}^2}{2gC_V{}^2}$

$$h - \frac{v_2{}^2}{2g} = h_P \therefore \frac{v_2{}^2}{2gC_V{}^2} - \frac{v_2{}^2}{2g} = h_P \therefore h_P = \left(\frac{1}{C_V{}^2} - 1\right)\frac{v_2{}^2}{2g}$$

Vê-se que a perda de carga depende do coeficiente de velocidade, e como este, em geral, é próximo da unidade, a perda é bastante pequena.

2.10 – Influência da Velocidade de Aproximação



$$V_2 = C_V\sqrt{2gh + V_1^2}$$
$$mas \quad Q = S_1V_1 = C_C S_2 V_2$$
$$S_1V_1 = C_C S_2 V_2$$
$$V_1 = \frac{C_C S_2 V_2}{S_1}$$

$$V_2 = C_V\sqrt{2gh + \frac{C_C^{\,2} S_2^2 V_2^{\,2}}{S_1^{\,2}}}$$

$$V_2^{\,2} = C_v^2\left[2gh + \frac{C_C^{\,2} S_2^2 V_2^{\,2}}{S_1^{\,2}}\right] = 2ghC_V^2 + \frac{C_v^{\,2}.C_C^{\,2}S_2^2V^2}{S_1^{\,2}}$$

$$V_2^{\,2} - \frac{C_v^{\,2}.C_C^{\,2}.S_2^2V_2^{\,2}}{S_1^{\,2}} = 2ghC_V^2$$

$$\frac{S_1^{\,2}.V_2^{\,2} - C_d^2S_2^2V_2^{\,2}}{S_1^{\,2}} = 2ghC_V^2 \therefore V^2\left(S_1^{\,2} - C_d^2S_2^2\right) = 2ghC_V^2S_1^{\,2}$$

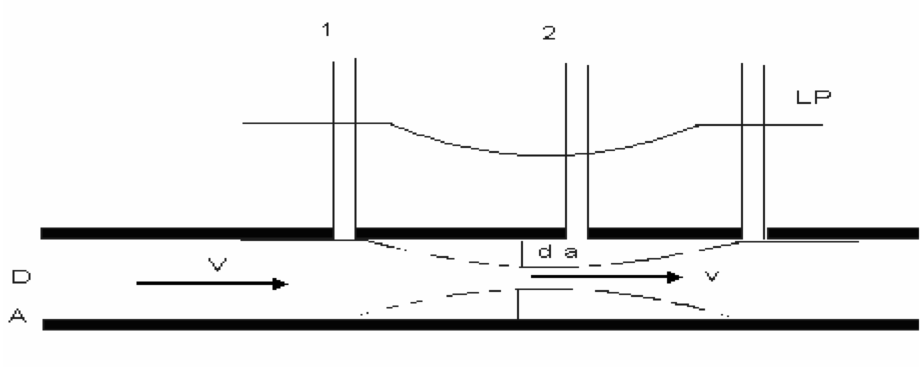
$$V_2^{\,2} = \frac{2ghC_V^2S_1^{\,2}}{S_1^{\,2} - C_d^2S_2^2} \qquad \div S_1^{\,2}$$

$$V_2^{\,2} = \frac{2ghC_V^2}{1 - C_d^2\frac{S_2^2}{S_1^2}} \therefore V_2 = \frac{C_V}{\sqrt{1 - C_d^2\frac{S_2^2}{S_1^2}}}\sqrt{2gh}$$

A expressão do radical $\left(\sqrt{1 - C_d^2\frac{S_2^2}{S_1^2}}\right)$ é praticamente igual a unidade quando $S_2 \leq 1/10\ S_1$, logo pode ser desprezada e , conseqüentemente, a velocidade de aproximação.

$$Q = C_C S_2 V_2$$
$$Q = \frac{C_V}{\left(\sqrt{1 - C_d^2\frac{S_2^2}{S_1^2}}\right)}\sqrt{2gh}$$

2.11 – Diafragmas



São dispositivos bastante usados, para medir as vazões em condutos sob pressão; o orifício da placa e o conduto devem ser concêntricos. A seção contraída se localiza a d/2 depois do diafragma.

Bernoulli entre 1 e 2

$$z_1 + \frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\wp} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\frac{V_t^2}{2g} = \frac{P_1 - P_2}{\wp} + \frac{V_1^2}{2g} \therefore V_t^2 = 2g\left[\left(\frac{P_1 - P_2}{\wp}\right) + \frac{V_1^2}{2g}\right] \therefore V_t = \sqrt{2g\left[\left(\frac{P_1 - P_2}{\wp}\right) + \frac{V_1^2}{2g}\right]}$$

$$V_j = v = C_v\sqrt{2g\left[\left(\frac{P_1 - P_2}{\wp}\right) + \frac{V_1^2}{2g}\right]}$$

$$mas \quad Q = A_1 V_1 = C_C \; a \; v \Rightarrow V_1 = C_C \frac{a}{A_1} v$$

$$v = C_V \sqrt{2g\left(\frac{\Delta P}{\wp} + C_C{}^2 \frac{a^2}{A_1^2}\frac{v^2}{2g}\right)}$$

$$v^2 = C_V{}^2 2g\left(\frac{\Delta P}{\wp} + C_C{}^2 \frac{a^2}{A_1^2}\frac{v^2}{2g}\right) \therefore v^2 = 2gC_V{}^2\frac{\Delta P}{\wp} + 2gC_V{}^2 C_C{}^2 \frac{a^2 v^2}{2gA_1{}^2}$$

$$v^2\left(1 - C_d^2 \frac{a^2}{A_1{}^2}\right) = 2gC_V{}^2\frac{\Delta P}{\wp}$$

$$v^2 = \frac{2gC_V{}^2 \Delta P / \wp}{\left(1 - C_d^2 a^2 / A_1{}^2\right)} \therefore v = C_V \sqrt{\frac{2g\Delta P/\wp}{\left(1 - C_d^2 a^2 / A_1{}^2\right)}}$$

$$Q = C_c a v$$

$$Q = C_c a \sqrt{\frac{2g\Delta P/\wp}{\left(1 - C_d{}^2 a^2 / A_1^2\right)}}$$

$$\left.\begin{array}{l} a = \dfrac{\pi d^2}{4} \\ A_1 = \dfrac{\pi D^2}{4} \end{array}\right\} \quad \frac{a}{A_1} = \frac{\dfrac{\pi d^2}{4}}{\pi D^2/4} = \frac{d^2}{D^2} \therefore \frac{a^2}{A_1{}^2} = \frac{d^4}{D^4}$$

$$Q = C_d a \sqrt{\frac{2g\Delta P/\wp}{\left(1 - C_d{}^2 d^4 / D^4\right)}}$$

$$\frac{\Delta P}{\wp} = h \; ; \; Cd'' = \frac{C_d}{\sqrt{1 - C_d{}^2 d^4 / D^4}}$$

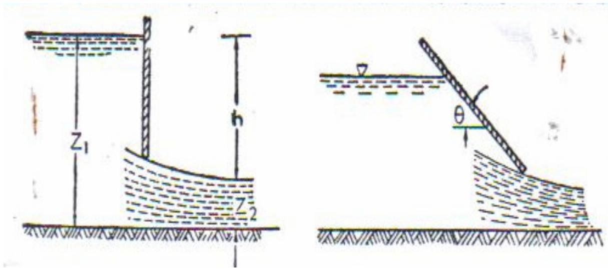
$$\text{Temos}: Q = C''_d \; a\sqrt{2gh}$$

Os valores de Cd” estão tabelados em função de (d/D) , ou (a/A).

a/A = 0,05 C”= 0,598	0,1 0,602	0,15 0,608	0,20 0,615	0,25 0,624	0,30 0,634	0,35 0,646
a/A = 0,40 C”= 0,661	0,45 0,677	0,50 0,696	0,55 0,717	0,60 0,742	0,65 0,770	0,70 0,804

2.12 – Descargas de Comportas e adufas

As comportas e adufas podem ser consideradas como orifícios, calculando-se a respectiva descarga pelas correspondentes fórmulas.



Como existe grande variedade de formas e condições os seus coeficientes de vazão são muito diversos e não convém empregá-los para medições rigorosas de descarga sem conhecer ou determinar experimentalmente os respectivos coeficientes.

Nos casos de comportas com descarga livre e contração completa Cd = 0,61.

No caso de comportas inclinadas, coeficiente de vazão depende da inclinação; para inclinações maiores que 40º o coeficiente diminui pelo aumento das resistências. Segundo VIAPIANI, podem ser adotados os seguintes valores:

θ	40º	45º	50º	55º	60º	65º	70º	75º
C	0,816	0,800	0,784	0,768	0,752	0,736	0,721	0,704

2.13 – Jatos Líquidos

A veia líquida que sai de um orifício não mantém por muito tempo a sua forma. Se o orifício é circular, a modificação não é muito grande, porém depois da seção contraída, o jato aos poucos se torna elíptico, com eixo maior horizontal; Se o orifício é poligonal a mudança de forma é sensível. Esse fenômeno é conhecido por INVERSÃO DE JATO.

Quando o eixo do orifício é vertical e o jato é dirigido para cima, teoricamente ele deverá elevar-se e atingir altura geradora de respectiva velocidade, ao mesmo tempo que se expande pela gradual diminuição da velocidade. Para grandes velocidades, por causa da resistência do ar e pelas partículas líquidas que caem sobre eles, a altura é menor que a carga sobre o centro do orifício, podendo-se calculá-la por fórmulas empíricas.

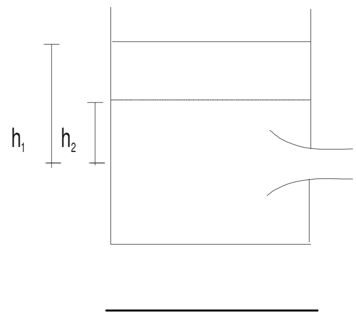
$h_1 = h - 0{,}01\ h^2$

$h_1 \rightarrow$ altura do jato
$h \rightarrow$ altura geradora da velocidade

2.14 – Escoamento a Nível Variável

Com redução da carga, a descarga através do orifício também irá decrescendo.

Sendo



$S \rightarrow$ área do orifício

$A \rightarrow$ área da superfície do reservatório

$t \rightarrow$ tempo necessário para o seu esvaziamento, em segundos.

Vazão $\rightarrow$ $$Q = C_d S \sqrt{2gh}$$

O volume de líquido descarregado:

$$Vol = Q.t$$
$$Vol = C_d S \sqrt{2gh}\ .\ dT$$

Nesse intervalo de tempo dT o nível de água no reservatório abaixará de dh, o que corresponde a um volume de liquido de:

Vol = - A dh dh ↑ ⟹ vol↓

Igualando as duas expressões do volume teremos:

$$-Adh = C_d S \sqrt{2gh} \; dT$$

$$dT = \frac{-Adh}{C_d S \sqrt{2gh}}$$

$$t = \frac{-A}{C_d S \sqrt{2g}} \int_{h_1}^{h_2} h^{-1/2} dh$$

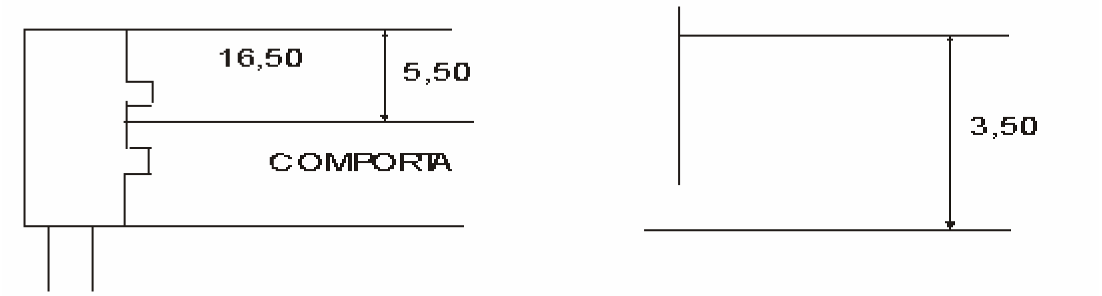
$$t = \frac{-A}{C_d S \sqrt{2g}} \left[2h^{1/2}\right]_{h_1}^{h_2} = \frac{-A}{C_d S \sqrt{2g}} \left[2\left(h_2^{1/2} - h_1^{1/2}\right)\right]$$

$$t = \frac{2A}{C_d S \sqrt{2g}} \left(h_1^{1/2} - h_2^{1/2}\right)$$

Esta expressão nos dá valores aproximados, uma vez que depois de certo tempo de escoamento o orifício deixaria de ser pequeno. (d < 1/3h).

PROBLEMAS

1 – Em uma estação de tratamento de água existem dois decantadores de 5,50 x 16,50 m e 3,50m de profundidade. Para limpeza e reparos, qualquer uma dessas unidades pode ser esvaziada por meio de uma comporta quadrada de 0,30m de lado, instalada junto ao fundo do decantador. A espessura da parede é de 0,25. Calcular a vazão inicial na comporta e determinar aproximadamente, o tempo necessário para o esvaziamento do decantador.



Parede delgada $\Rightarrow \; e \leq 1,5\,d \;\therefore\; 0,25 \leq 1,5\, x\, 0,30$

$$C_d' = C_d\left(1 + 0,15\;K\right) \qquad K = \frac{b}{2\left(a + b\right)} = \frac{0,3}{1,20} = 0,25$$

$$C_d' = 0,601\;\left[1 + \left(0,15\;x\,0,25\right)\right] = 0,6235$$

$$Q = C_d S \sqrt{2\,gh}$$

$$n = 3,5 - 0.15 = 3,35$$

$$Q = 0,6235\;\; x\,0,30^{\,2}\sqrt{2\;x\,9,81\;\;x\,3,350}$$

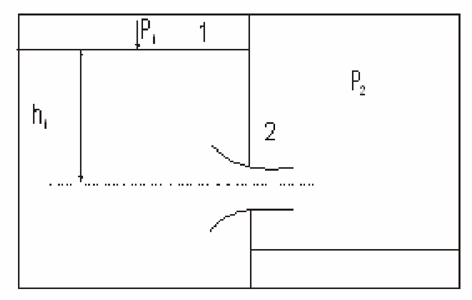
$$Q = 0,4548\;\; m^3 / s$$

$$t = \frac{2\;A}{CdS\;\;\sqrt{2\;g}}\sqrt{h_1 - h_2}$$

$$t = \frac{2\;x\,5,60\;\;x\,16\;\,,50}{0,6235\;\;\;x\,0,30^{\,2}\sqrt{2\;x\,9,81}}\sqrt{3,35\;\;-\;0}$$

$$t = 108\;\;\; seg$$

02- Um tanque fechado é dividido em duas partes que se comunicam por um orifício de 5,0 cm de diâmetro. Num dos compartimentos o nível da água fica a 2,40m acima do centro do orifício e no espaço acima da superfície a pressão e de 1,4 Kgf/cm^3 ; no outro compartimento o orifício fica descoberto e a pressão e de 25 cm de mercúrio. Calcular a velocidade do jato e a descarga do orifício,sendo



$C_v = 0{,}97$

$C_d = 0{,}61$

$\wp_{Hg} = 13531$ Kgf/m^3 a 20º C

$d = 0{,}05m$

$h_1 = 2{,}4$ m

$P_1 = 1{,}4$ Kgf / cm^2 $\equiv$ 14000 kgf / m^2

$P = \wp h$

$P_2 = 13531 \times 0{,}25$

$P_2 = 3382{,}75$ Kgf / m^2

$$z_1 + \frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\wp} + \frac{V_t^2}{2g}$$

$$2{,}4 + \frac{14000}{1000} + 0 = 0 + \frac{3382{,}75}{1000} + \frac{V_t^2}{2g}$$

$$V_t^2 = 2 \, x \, 9{,}81 \, x \, 13{,}017$$

$$V_t = 15{,}98 \; m/s$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} \therefore A = 0{,}00196 \; m^2$$

$$Q_t = V_t xA \therefore Qt = 0{,}031 \; m^3/s$$

$$V_R = C_V V_t$$

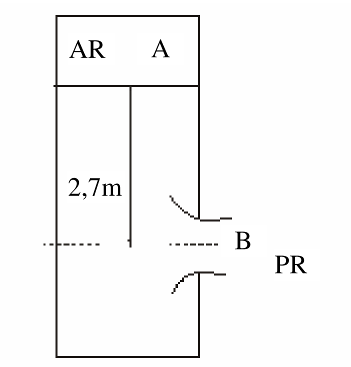
$$V_R = 0{,}97 \, x \, 15{,}97 \therefore V_R = 15{,}49 \; m/s$$

$$Q_R = V_R \text{ x } A \text{ x } C_C \qquad C_C = \frac{C_d}{Cv}$$

$$Q_R = 15{,}49 \, x \, 0{,}00196 \, x \, \frac{0{,}61}{0{,}97}$$

$$Q_R = 0{,}019 \; m^3/s$$

03 – Através de um orifício de 7,5 cm de diâmetro, cujos coeficientes de velocidade e de contração são, respectivamente, 0,95 e 0,65 circula um fluído de densidade relativa igual a 0,72. Qual deve ser a pressão em A para que a potência do jato, em B seja de 8,00 Hl. ?



$$A = \frac{\pi d^2}{4} \therefore A = 0{,}0044\, m^2$$

$$P = 8{,}0 HP$$

$$P = \frac{\wp Q H}{75}$$

$$\begin{cases} Q = V_R A_R = V_R C_C A \\ Hj = z + \dfrac{P}{\wp} + \dfrac{V_R^2}{2g} \therefore H = \dfrac{V_R^2}{2g}, \end{cases}$$ Adotando-se pressão relativa

$$P = \frac{\wp}{75} V_R C_C A \frac{V_R^2}{2g} \quad \therefore \quad 2g.75.P = \wp V_R^3 C_C A$$

$$75 x 2 x 9{,}81 x 8{,}0 = 720 x V_R^3 x 0{,}65 x 0{,}0044$$

$$V_R = 17{,}881\ m/s$$

Bernoulli entre A e B

$$z_A + \frac{P_A}{\wp} + \frac{V_A^2}{2g} - h_P = z_B + \frac{P_B}{\wp} + \frac{V_B^2}{2g}$$

$$h_P = \frac{V_B^2}{2g}\left(\frac{1}{C_V^2} - 1\right) = \frac{319{,}73}{2 x 9{,}81}\left(\frac{1}{(0{,}95)^2} - 1\right) = 1{,}7605\ m$$

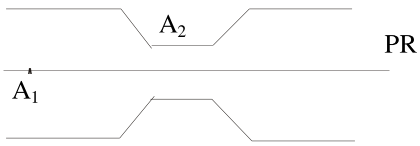
$$2{,}7 + \frac{P_A}{\wp} + 0 - 1{,}7605 = 0 + 0 + \frac{319{,}73}{2 x 9{,}81}$$

$$\frac{P_A}{\wp} = 15{,}3566\ mca$$

$$P_A = 15356{,}6\, Kg^* / m^2$$

04 – Um conduto, onde circula ar, reduz sua seção de 7 x 10^{-2} m^2 para 2 x 10^{-2} m^2. Qual a variação de pressão quando está passando pelo mesmo 0,7 Kg / seg de ar ? Desprezar perda de carga.

$\wp$ar = 3,20 Kg / m^3



$A_1 = 0{,}007\ m^2$

$A_2 = 0{,}002\ m^2$

Q = 0,7 Kg / s = 0.7 / 3,2 = 0,2188 m^3 / s

$$Q = AV \begin{cases} V_1 = 3{,}125\, m/s \\ V_2 = 10{,}9375\, m/s \end{cases}$$

$$z_1 + \frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^{\ 2}}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\wp} + \frac{V_2^{\ 2}}{2g} \quad \therefore \quad \frac{P_1 - P_2}{\wp} = \frac{V_2^{\ 2} - V_1^{\ 2}}{2g}$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\wp} = 5{,}5996\, mca$$