CAPÍTULO I

REGIME PERMANETE

DEFINIÇÃO

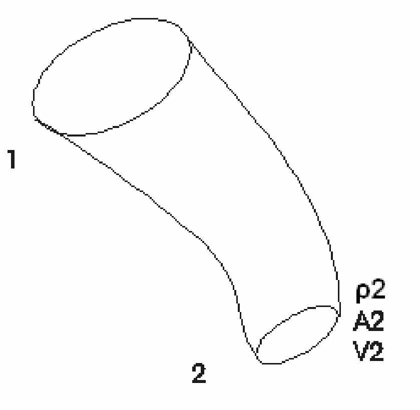
Velocidade, pressão e densidade variam de um ponto a outro, mas no mesmo ponto são sempre iguais.

$\rho \rightarrow$ massa específica Kgf . s^2/m^4
$\wp \rightarrow$ peso específico kgf/m^3

1.1 – Equação da Continuidade

O regime permanente é caracterizado pelo fato de que a massa (ou peso) do fluído que atravessa uma seção qualquer da corrente é sempre a mesma.

ρ_1 – massa específica
A_1 – área
V_1 – Velocidade



Seja um tubo de fluxo, a variação de massa dM no seu interior, durante o tempo dT, é igual a diferença entre a massa que nele entra e a massa que dele sai durante esse tempo.

$$dM = (\rho_1 A_1 V_1 - \rho_2 A_2 V_2)\, dT$$

Como, por definição, no regime permanente a massa é constante temos:

$$\rho_1 A_1 V_1 = \rho_2 A_2 V_2$$

Tratando-se líquidos, sendo constante a sua massa específica, temos:

$$A_1 V_1 = A_2 V_2 = Q$$

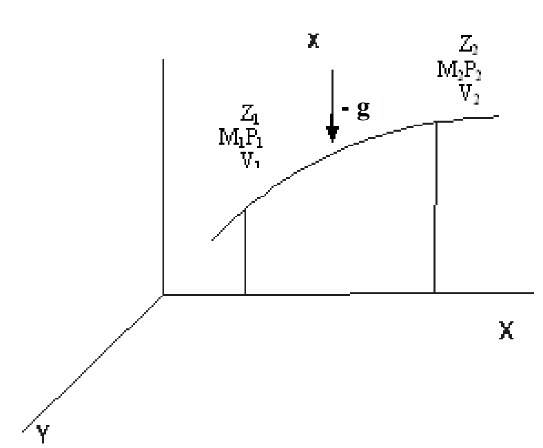
Observação:

Massa específica (ρ) → é a massa do corpo por unidade de volume, no sistema técnico $Kg^{*}s^{2}/m^{4}$

Peso específico ($\wp$)→ é o peso por unidade de volume, no sistema técnico Kg^{*}/m^{3}

$$\wp = \rho g$$

1.2 – Teorema de Bernoulli



Seja um fluído, em movimento permanente, sujeito unicamente a seu peso, ou seja, a força atuante é apenas a da gravidade:

A equação das forças vivas diz:
"a soma algébrica do trabalho realizado pela pressão é igual ao trabalho realizado pela força de inércia.

$$(Xdx + Ydy + Zdz) - \frac{1}{\rho}dp = d\left(\frac{1}{2}V^2\right)$$

$$-gdz - \frac{1}{\rho}dp = d\left(\frac{1}{2}V^2\right) \longrightarrow \frac{1}{2}dV^2 = VdV$$

$$-g\int_{z_1}^{z_2} dz - \frac{1}{\rho}\int_{y_1}^{y_2} dp = \int_{v_1}^{v_2} VdV$$

$$-g(z_2 - z_1) - \frac{1}{\rho}(p_2 - p_1) = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}$$

$$+g(z_1 - z_2) - \frac{1}{\rho}(p_1 - p_2) = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} \rightarrow : g$$

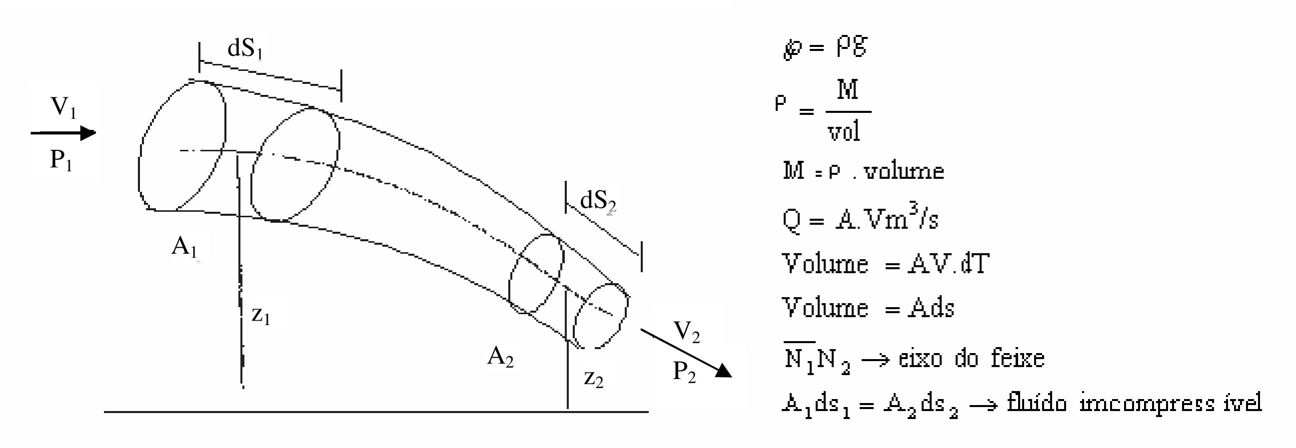
$$z_1 - z_2 + \frac{1}{\rho g}(p_1 - p_2) = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} \rightarrow \rho g = \wp$$

$$\boxed{z_1 + \frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^{\,2}}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\wp} + \frac{V_2^{\,2}}{2g}}$$

No movimento em regime permanente de uma partícula de um líquido perfeito, homogêneo e incompressível, a soma das alturas representativas de sua posição acima de um plano de referência, da sua pressão e da sua velocidade, é constante ao longo da trajetória.

MAIS DE 90% DOS PROBLEMAS SOBRE MOVIMENTO DOS LÍQUIDOS EM REGIME PERMANENTE SÃO RESOLVIDOS POR BENOUILLE E EQUAÇÃO DA CONTINUIDADE.

1.3 – Dedução da Equação de Benoulli



$$Líquido \begin{cases} \text{Incompressível} \\ \text{Indilatável} \\ \text{Viscosidade Nula} \end{cases}$$

Força Viva do Líquido nas Seções 1 e 2

$$(\rho\, A_1\, V_1\, dT)\, V_1^2 \qquad (\rho\, A_2\, V_2\, dT)\, V_2^2$$

Trabalho efetuado pela massa ao passar de 1 para 2

$$P = \frac{F}{A} \therefore F = P.A; T = F.\Delta s \therefore T = P.A.ds$$

$$P_1 A_1 ds_1 - P_2 A_2 ds_2$$

"A soma dos trabalhos realizados pelas forças externas e pela pressão é igual à semiforça viva entre esses pontos."

$$\left[\rho g A_1 V_1 dt\left(z_1 - z_2\right) + \left(P_1 A_1 ds_1 - P_2 A_2 ds_2\right) = \frac{1}{2}\left[\left(\rho A_2 V_2 dt_2\right)V_2^2 - \left(\rho A_1 V_1 dt\right)V_1^2\right]\right]$$

Chamando-se volume = θ

$$\rho g \theta \left(z_1 - z_2\right) + \left(P_1\theta - P_2\theta\right) = \frac{1}{2}\left[\rho\theta V_2^2 - \rho\theta V_1^2\right]$$

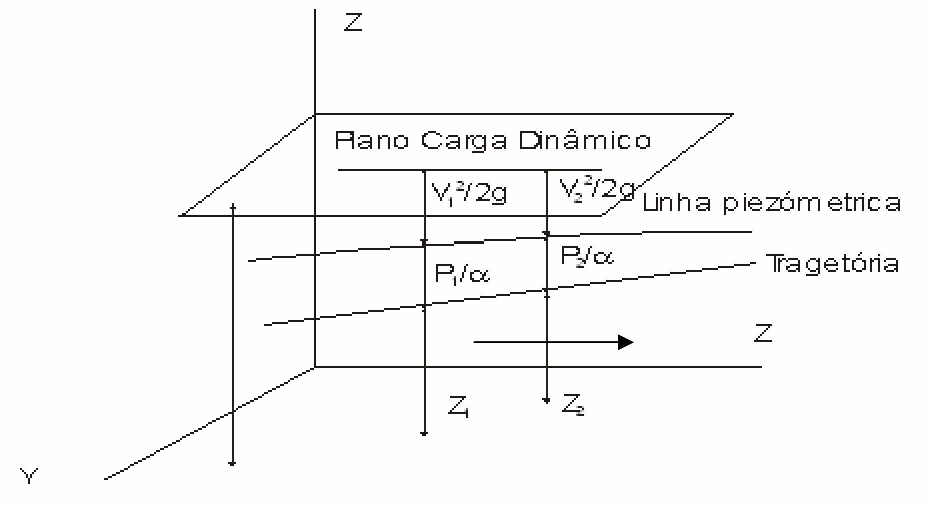
$$\rho g \left(z_1 - z_2\right) + \left(P_1 - P_2\right) = \frac{\rho}{2}\left[V_2^2 - V_1^2\right]$$

$$\text{mas} \quad \wp = \rho g \quad \therefore \quad \rho = \frac{\wp}{g}$$

$$\frac{\wp}{g}\cdot g\left(z_1 - z_2\right) + \left(P_1 - P_2\right) = \frac{\wp / g}{2}\left(V_2^2 - V_1^2\right)$$

$$\left(z_1 - z_2\right) + \frac{1}{\wp}\left(P_1 - P_2\right) = \frac{1}{2g}\left(V_2^2 - V_1^2\right)$$

$$z_1 - z_2 + \frac{P_1}{\wp} - \frac{P_2}{\wp} = \frac{1}{2g}\left(V_2^2 + V_1^2\right) \longrightarrow z_1 + \frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\wp} + \frac{V_1^2}{2g}$$



Chama-se:

- Linha piezométrica, de pressão, ou greide hidráulico a linha que une os extremos das alturas ($z + P/\wp$).

- Linha de energia ou de carga total a linha que une os extremos das alturas $V^2/2g$, se encontra sobre o plano de carga dinâmico.

1.4 - **Interpretação Geométrica do Teorema de Bernoulli**

$$z_1 + \frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^{\,2}}{2g} = H$$

z $\rightarrow$ cota da partícula acima do plano de referência expressa em metros.

$P/\wp$ $\rightarrow$ pressão existente nesse ponto, expressa em altura do líquido (altura piezométrica)

$$\frac{Kg^{*}/m^{2}}{Kg^{*}/m^{3}} = \frac{Kg^{*}}{m^{2}} \, x \, \frac{m^{3}}{Kg^{*}} = m$$

V2/2g $\rightarrow$ altura representativa da velocidade (taquicarga) de que está animada a partícula

$$\frac{m^{2}/s^{2}}{m/s^{2}} = \frac{m^{2}}{s^{2}} \, x \, \frac{s^{3}}{m} = m$$

H $\rightarrow$ carga total ou efetiva, cota do plano de carga total ou plano de carga dinâmico.

1.5 - Relação Entre o teorema de Bernoulli e a Energia Mecânica do Líquido.

Na dedução do teorema de Bernoulli viu-se que o mesmo não é mais que uma forma de exprimir o teorema das forças vivas.

$$z_1 + \frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^{\,2}}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\wp} + \frac{V_2^{\,2}}{2g}$$

$$(z_1 - z_2) + \left(\frac{P_1}{\wp} - \frac{P_2}{\wp}\right) + \left(\frac{V_1^{\,2}}{2g} - \frac{V_2^{\,2}}{2g}\right) = 0$$

$(z_1 - z_2)$ $\longrightarrow$ é, por unidade de peso, o trabalho realizado pela gravidade, quando a partícula passa de um ponto para o outro.

$(P_1/\wp - P_2/\wp)$ $\longrightarrow$ é, pó unidade de peso, o trabalho realizado pelas

$\left(\frac{V_1^{\,2}}{2g} - \frac{V_2^{\,2}}{2g}\right)$ $\longrightarrow$ é a variação de energia cinética, por unidade de peso.

pressões.

z $\longrightarrow$ representar, por unidade de peso, a energia da partícula devida à sua posição acima do plano de referência (**energia potencial**)

$P/\wp$ $\rightarrow$ representa, por unidade de peso, a energia devida a sua pressão dinâmica(**energia de pressão ou energia dinâmica**)

$V^2/2g$ $\longrightarrow$ representa, por unidade de peso, a energia devida à sua velocidade (**energia cinética**)

Teorema de Bernoulli

A soma da energia da posição, da energia dinâmica e da energia cinética se mantém constante ao longo da trajetória.

1.6 – Perda de Carga (hp)

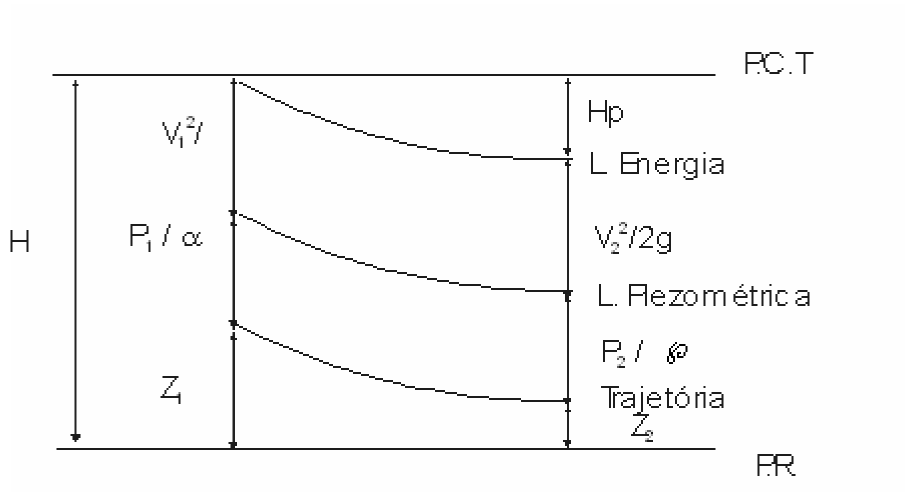
Ocorre em líquido não perfeito, sendo considerado o atrito devido à viscosidade, assim como outras causas que determinam uma degradação da energia mecânica, pela sua transformação em calor.

$$z_1 + \frac{P_1}{\wp} \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\wp} \frac{V_2^2}{2g} + hp$$

A perda de carga, tem a dimensão linear, representa a energia perdida pelo líquido, por unidade de peso, entre os dois ponto considerados.

A perda de carga é uma função complexa de diversos elementos, tais a rugosidade do conduto, a viscosidade e a densidade do líquido, a velocidade do escoamento o grau de turbulência do movimento e o comprimento percorrido.

Considerando a perda de carga temos a seguinte representação gráfica para o teorema:



A altura da linha de energia dá, em cada ponto, o valor da energia aí disponível por unidade de peso.

$$H = z_1 + \frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^2}{2g}$$

1.7 – Potência da Corrente Líquida (*N*)

RECORDANDO:

Trabalho = força x distância

$$\text{Potência} = \frac{\text{Trabalho}}{\text{tempo}}$$

É o trabalho que a mesma pode realizar por segundo; obtém-se a potência disponível numa seção qualquer, multiplicando-se a energia existente por unidade de peso, pelo peso de líquido que atravessa na unidade de tempo.

$$\wp = \frac{\text{Peso}}{\text{volume}}$$

$$N = \wp \, Q \left(z + \frac{P}{\wp} \frac{V^2}{2g} \right) \text{kg m/s} \rightarrow \text{Potência disponível}$$

$$Nd = \wp \; hp \, Q \quad \text{kg m/s} \rightarrow \text{Potência dissipada}$$

1.8 – Velocidade Média – Extensão de Bernoulli

Estudou-se até agora, o teorema de Bernoulli aplicado ao movimento de uma partícula líquida ao longo de sua trajetória.

Podemos aplicá-lo ao movimento de uma corrente líquida, considerando o respectivo eixo, e tornando os correspondentes valores de z e $P/\wp$ como aplicáveis a toda a seção e calculando a taquicarga através da velocidade média.

É praticamente impossível de se determinar a velocidade real de cada filete para depois se calcular a velocidade média. O que se faz é pegar uma velocidade média fictícia, que é a velocidade que multiplicada pela seção transversal dá a vazão.

O valor da taquicarga assim calculada, utilizando-se a velocidade média é , evidentemente menor que o real, pois a média dos valores dos $V^2/2g$ dos diferentes filetes, será maior que o valor de $V^2/2g$ da velocidade média. Para corrigir esta diferença multiplica-se o valor $V^2/2g$ por um coeficiente de correção α, denominado coeficiente de Coriolis.

$$\alpha = 1 + 3 \frac{\int v^2 \, da}{V^2 A}$$

v = velocidade de um filete
V = velocidade média

$1{,}0 \leq \alpha \leq 2{,}0$

Na prática $\alpha = 1$

1.9 – <u>Regras para Aplicação de Bernoulli</u>

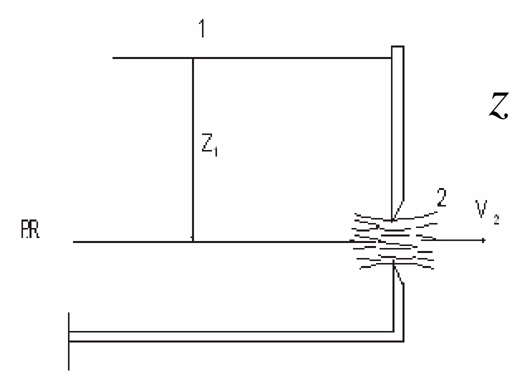
Bernoulli e Equação da Continuidade resolvem a maioria dos problemas do movimento dos líquidos.

a) Fazer um esboço do problema a tratar, indicando as cotas e dimensões conhecidas, assim como a direção do escoamento.
b) Escolher e indicar as seções a que vai ser aplicado o teorema.
c) Escolher um plano da referência
d) Determinar o plano de carga dinâmico
e) Escrever o teorema para seções escolhidas
f) Resolver a equação

1.10 – Aplicações da Equação de Bernoulli

a) Teorema de Torricelli

A velocidade de saída da água em um orifício praticado em uma parede é diretamente proporcional a raiz quadrada do produto da aceleração da gravidade pela altura d'água acima do centro do orifício.



$$z_1 + \frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\wp} + \frac{V_2^2}{2g}$$

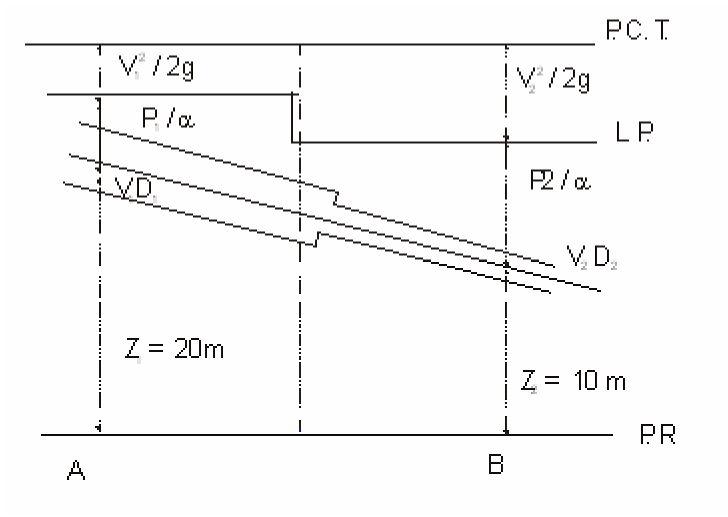
$$P_1 = P_2 = Patm$$

$$V_1 = 0$$

$$z_1 + 0 = 0 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$\therefore \quad V_2^2 = z_1 . 2g \quad \therefore \quad V_2 = \sqrt{2gz_1}$$

b) Determinar a altura do plano de carga dinâmico, a velocidade da água no segundo conduto e a pressão no ponto B, assim como a descarga do sistema, sabendo que a velocidade da água no primeiro trecho é 0,6 m/s que a pressão no ponto A é 1,5 Kg/cm^2, e que o ponto B se encontra a 10m abaixo de A (não considerando a perda de carga). O diâmetro do primeiro trecho é 200 mm e do segundo é 100 mm.



$$z_1 + \frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^2}{2g} = H$$

$$20{,}0 + \frac{15000}{1000} + \frac{0{,}6^2}{2 \times 9{,}81} = H$$

$$H = 35{,}018m$$

$$A_1V_1 = A_2V_2$$

$$\frac{\pi D_1^2}{4} V_1 = \frac{\pi D_2^2}{4} V_2$$

$$V_1 D_1^2 = V_2 D_2^2$$

$$V_2^2 = \frac{V_1 D_1^2}{D_2^2} \therefore V_2 = \sqrt{\frac{V_1 D_1^2}{D_2^2}}$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{0{,}6 \times 0{,}2^2}{0{,}1^2}} \therefore V_2 = 2{,}4\ m/s$$

$$Q = A_1V_1 = A_2V_2$$

$$Q = \frac{\pi D_1^2}{4} V_1 = \frac{\pi \times 0{,}2^2}{4} \times 0{,}6 = 0{,}0188 \therefore Q = 0{,}0188 m^3/s$$

$$z_1 + \frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^2}{2g} - z_2 - \frac{V_2^2}{2g} = \frac{P_2}{\wp}$$

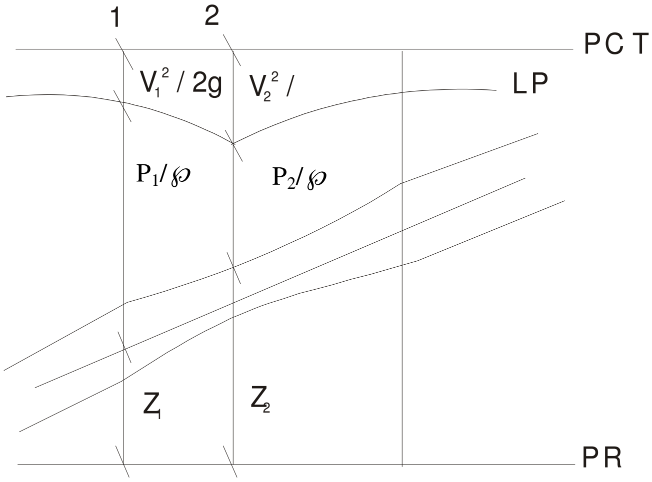
$$20 + \frac{15000}{1000} + \frac{0{,}6^2}{2 \times 9{,}81} - 10 - \frac{2{,}4^2}{2 \times 9{,}81} = \frac{P_2}{\wp}$$

$$\frac{P_2}{\wp} = 24{,}724m \therefore P_2 = 24{,}724 \times 10^3 Kg/m^2$$

$$P_2 = 2{,}472\ Kg/cm^2$$

c) Medidor de Venturi

É um aparelho muito usado para determinação de vazão em condutos sob pressão, e consiste em dois troncos de cone ligados pela base menor.



$$z_1 + \frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\wp} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$Q_1 = Q_2 = AV = Q \therefore V = \frac{Q}{A} \therefore V^2 = \frac{Q^2}{A^2}$$

$$\left(\frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g}\right) = \left(z_1 + \frac{P_1}{\wp}\right) - \left(z_2 + \frac{P_2}{\wp}\right)$$

$$\frac{Q_2^2}{2gA_2^2} - \frac{Q_1^2}{2gA_1^2} = \left(z_1 + \frac{P_1}{\wp}\right) - \left(z_2 + \frac{P_2}{\wp}\right)$$

$$Q^2\left(\frac{1}{2gA_2^2} - \frac{1}{2gA_1^2}\right) = \left(z_1 + \frac{P_1}{\wp}\right) - \left(z_2 + \frac{P_2}{\wp}\right)$$

$$\frac{Q^2}{2g}\left(\frac{A_1^2 - A_2^2}{A_2^2 A_1^2}\right) = h$$

$$Q^2 = \frac{2ghA_2^2 A_1^2}{A_1^2 - A_2^2}$$

$$Q = \frac{A_2 A_1}{\sqrt{A_1^2 - A_2^2}}\sqrt{2gh}$$

Obs.: Na prática multiplicar o valor de Q por um fator de correção que depende das propriedades do líquido e do tipo de aparelho, denominado coeficiente de descarga

1.11 – Teorema das Quantidades de Movimento

A variação da quantidade de movimento, durante um certo tempo, é igual a impulsão da força durante esse tempo.

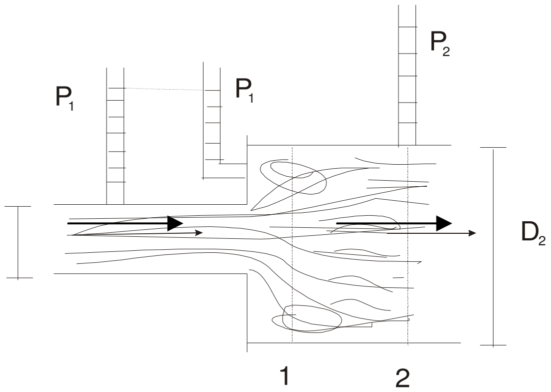
$$\int_{t_1}^{t_2} F \, .dT = \int_{v_1}^{v_2} m \;\mathrm{dv}$$

No regime permanente, como as diferentes grandezas são constantes num mesmo lugar, pode-se considerar o fenômeno durante o período de 1 segundo, no qual a massa que escoa é $\wp Q/g$ massa: ($m = sQ$; $\wp = sg$; $s = \wp/g$; $m = \wp Q/g$)

$$\int_0^1 Fdt = \int_{v_1}^{v_2} mdv$$

$$F = m(v_2 - v_1) \therefore F = \wp \frac{Q}{g}(v_2 - v_1)$$

a) Perda de Carga numa busca expansão da corrente líquida



$$P = \frac{F}{A} \therefore F = PA$$

$F_1 = P_1A_2 \rightarrow$ da esquerda para direita, imediatamente após a mudança de dímetro.

F2 = P2A2 $\rightarrow$ imediatamente após a expansão

$F = F_1 - F_2 \rightarrow$ variação da força

$F = (P_1 - P_2)A_2 \rightarrow$ causa da variação de velocidade de V_1 para V_2

Aplicando o teorema das quantidades de movimento

$$F = \frac{\wp Q}{g}(V_2 - V_1)$$

$$(P_1 - P_2)\cancel{A_2} = \frac{\wp \cancel{Q}}{g}(V_2 - V_1) \quad \text{mas} \quad Q = A_2V_2$$

$$(P_1 - P_2)A_2 = \frac{\wp A_2V_2}{g}(V_2 - V_1)$$

$$(P_1 - P_2) = \frac{\wp V_2}{g}(V_2 - V_1)$$

Aplicando Bernoulli nas seções 1 e 2:

$$0 + \frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^2}{2g} = 0 + \frac{P_2}{\wp} + \frac{V_2^2}{2g} + h_P$$

$$\frac{P_1 - P_2}{\wp} = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g} + h_P$$

$$P_1 - P_2 = \frac{\wp\left(V_2^2 - V_1^2\right)}{2g} + \wp\, h_P$$

$$\frac{\wp}{g} V_2 \left(V_2 - V_1\right) = \frac{\wp}{2g}\left(V_2^2 - V_1^2\right) + \wp\, h_P$$

$$-\frac{2V_2V_1}{2g} + \frac{2V_2^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g} - \frac{V_1^2}{2g} + h_P$$

$$\frac{V_1^2}{2g} - \frac{V_2^2}{2g} - \frac{2V_2V_1}{2g} + \frac{2V_2^2}{2g} = h_P$$

$$h_P = \frac{V_1^2}{2g} - \frac{2V_2V_1}{2g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$h_P = \frac{\left(V_1 - V_2\right)^2}{2g} \longrightarrow$$ Fórmula de Bélanger para o cálculo da perda de carga nos alargamentos bruscos de seção.

Segundo Saint – Vernant, para levar em conta efeitos secundários, tais como a irregular distribuição das velocidades dos filetes, e os turbilhonamentos, deve-se acrescentar um termo corretivo, igual a 1/9 $V_2^2/2g$, que é freqüentemente desprezado.

PROBLEMAS

1) Qual o diâmetro do conduto de alimentação de uma usina hidrelétrica, que deve fornecer 1200 l/s , não devendo a velocidade da água ultrapassar 1,9 m/s ?

$$Q = VA \qquad A = \frac{\pi D^2}{4}$$

$$Q = V\frac{\pi D^2}{4} \quad \therefore \quad D^2 = \frac{4Q}{\pi V} \quad \therefore \quad D = \sqrt{\frac{4Q}{\pi V}}$$

$$Q = 1200 \quad \text{l/s} \equiv 1{,}2 \quad m^3/s$$

$$D = \sqrt{\frac{4 \text{ x } 1{,}2}{\pi \text{x} 1{,}9}} = 0{,}804 \quad \therefore \quad D = 0{,}804 \quad m$$

2) Um conduto de 100 mm de diâmetro tem uma descarga de 6 l/s; qual a velocidade do escoamento?

$$Q = VA \quad \therefore \quad VA = Q \quad \therefore \quad V = \frac{Q}{A}$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \quad \therefore \quad V = \frac{Q}{\frac{\pi D^2}{4}} = \frac{4Q}{\pi D^2}$$

$$\left.\begin{array}{l} Q = 6 \text{ x } 10^{-3} \text{ m}^3/s \\ D = 0{,}10 \text{ m} \end{array}\right\} V = \frac{4 \text{ x } 6 \text{ x } 10^{-3}}{\pi \text{ x } 0{,}10^2} = 0{,}764 \quad \therefore \quad V = 0{,}764 \text{ m/s}$$

3 - Num conduto de 200 mm de diâmetro a descarga é 3600 l/min. Supondo-se que o Movimento se dê sem perda de energia, e sabendo que a pressão num ponto é de 2 Kg/cm^2, calcular o valor da constante de Bernoulli relativa a um plano 10 m abaixo do eixo do conduto.

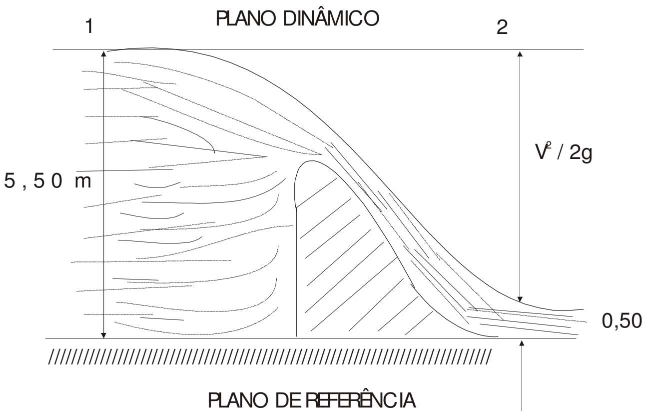
$$Q = \frac{3600}{60} = 60\text{l/s} \equiv 0{,}06 \text{ m}^3\text{/s} \qquad z + \frac{P}{\wp} + \frac{V^2}{2g} = H$$

$$P = 2\text{Kg/cm}^2 \equiv 20.000 \text{ Kg/m}^2$$

$$Q = VA \therefore V = \frac{Q}{A} = \frac{4Q}{\pi D^2} = \frac{4 \text{ x } 0{,}06}{\pi \text{ x } 0{,}2^2} = 1{,}91 \therefore V = 1{,}91 \text{ m/s}$$

$$10 + \frac{20.000}{1000} + \frac{1{,}91^2}{2\,x\,9{,}81} = H \therefore H = 30{,}186 \text{ m}$$

4 – Calcular o volume d'água que escoa sobre a crista da barragem, nas condições do esquema. Velocidade de aproximação é desprezível.



$$z_1 + \frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\wp} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$5{,}50 + 0 + 0 = 0{,}50 + 0 + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$(5{,}50 - 0{,}5)2g = V_2^2$$

$$V = \sqrt{10g} \therefore V = 9{,}904 \text{ m/s}$$

$$Q = VA$$

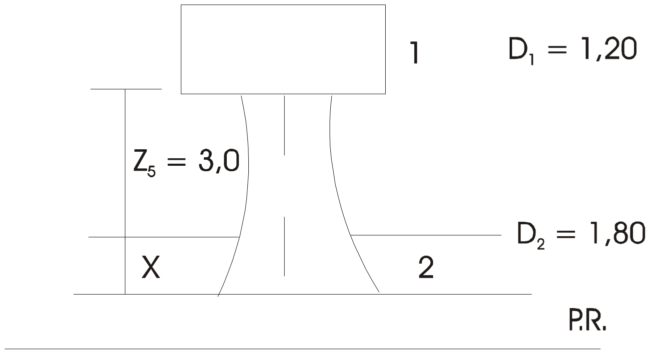
$$A = 1{,}0 \text{ x } 0{,}5 = 0{,}5 \text{ m}^2$$

$$Q = 9{,}904 \text{ x } 0{,}5$$

$$Q = 4{,}952 \text{ m}^3\text{/s/m}$$

OBS: Considerou-se $P_1 = P_2 = 0$, ou seja, utilizou-se o artifício de pressão relativa) pressão atmosférica = 0).

5 – Calcular a pressão na entrada do tubo de sucção de uma turbina Francis, com a descarga de 7,5 m^3/s (desprezar o atrito).



$$A_1 = 1{,}130976 \quad m^2$$

$$A_2 = 2{,}544696 \quad m^2$$

$$V_1 = 6{,}631 \quad m/s$$

$$V_2 = 2{,}947 \quad m/s$$

$$z_1 + \frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\wp} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$(x + z_s) + \frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^2}{2g} = 0 + x + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$x + 3{,}0 + \frac{P_1}{\wp} + \frac{6{,}631^2}{2 \text{ x } 9{,}81} = 0 + x + \frac{2{,}947^2}{2 \text{ x } 9{,}81}$$

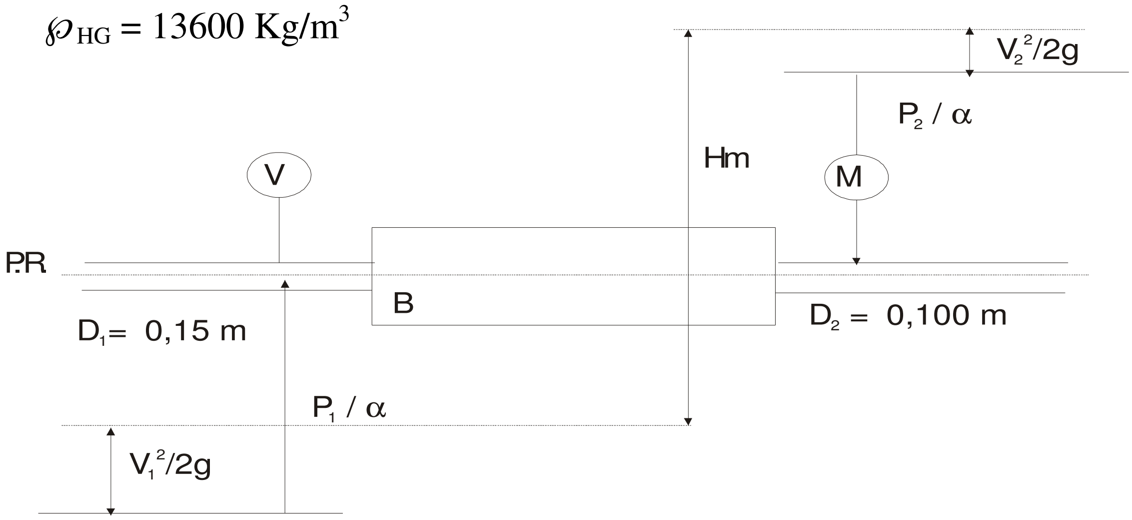
$$3{,}0 + \frac{P_1}{\wp} + 2{,}2411 = 0{,}4427 \quad \therefore \quad \frac{P_1}{\wp} = -4{,}7984m$$

$$\frac{P_1}{\wp} = -4{,}7984 \quad m \rightarrow P_1 = -4798{,}4 \quad Kg/m^2$$

$$P_1 = -0{,}47984 \quad Kg/cm^2$$

6 – Calcular a potência absorvida pela bomba B, recalcando 90 l /minuto d'água, se o vacuômetro da estrada acusa um vácuo de 300 mm de mercúrio e manômetro de saída uma pressão de 2,5 Kg/cm^2. Rendimento da bomba 0,6.

$\wp_{HG} = 13600 \text{ Kg/m}^3$



$$z_1 + \frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^2}{2g} + H_M = z_2 + \frac{P_2}{\wp} + \frac{V_2^2}{2g}$$

$$H_M = \left(\frac{P_2}{\wp} + \frac{V_2^2}{2g}\right) - \left(\frac{P_1}{\wp} + \frac{V_1^2}{2g}\right)$$

$$Q = 900 \text{ l/min} \equiv 15 \text{l/s} \equiv 0{,}015 \text{m}^3/\text{s}$$

$$Q = VA = A_1 V_1 = A_2 V_2 \therefore V = \frac{Q}{A}$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} \begin{cases} A_1 = 0{,}0177 \text{ m}^2 \rightarrow V_1 = 0{,}8488 \text{ m/s} \\ A_2 = 0{,}0079 \text{ m}^2 \rightarrow V_2 = 1{,}9099 \text{ m/s} \end{cases}$$

$$P_1 = -300 \text{ mm Hg} \equiv -0{,}3\text{m} \times 13600 \text{ Kg/m}^3 = -4080 \text{ Kg/m}^2$$

$$\frac{P_1}{\wp} = -\frac{4080}{1000} = -4{,}08 \text{ m}$$

$$\frac{P_2}{\wp} = \frac{25000}{1000} = 25 \text{ m}$$

$$H_M = \left(25 + \frac{1{,}9099^2}{2 x 9{,}81}\right) - \left(-4{,}08 + \frac{0{,}8488^2}{2 \text{ x } 9{,}81}\right)$$

$$H_M = 29{,}2292 \text{ m}$$

$$\mathbf{P = \wp\, Q\, H_m \;\; Kg\; m/s \rightarrow potência \quad disponível}$$

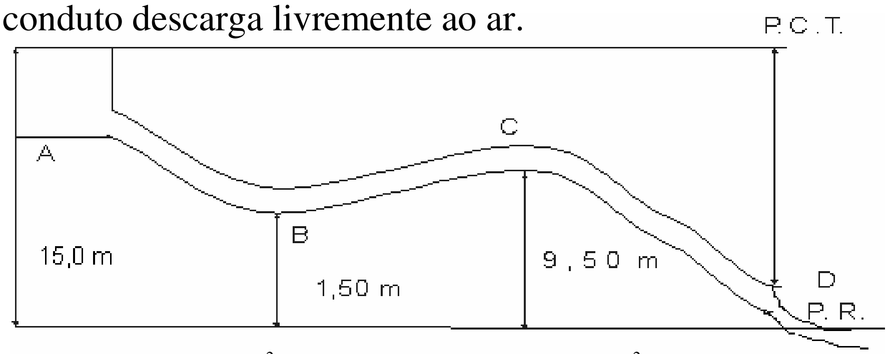
$$P = \frac{\wp QH}{75\eta} \text{ HP} \qquad P_d = \wp Qh_P \rightarrow \text{potência dissipada}$$

$$P = \frac{1000 \text{ x } 0{,}015 \text{ x } 29{,}2292}{75 \text{ x } 0{,}6} = 9{,}7431$$

$$P = 9{,}7431 \text{ HP}$$

7 – A perda de carga na canalização da figura abaixo é a seguinte: entre A e B, uma vez $V_2/2g$; entre B e C, uma vez $V_2/2g$; entre C e D, duas vezes $V_2/2g$.

Sendo 0,15m o diâmetro do conduto, calcular a velocidade e a descarga, as pressões em B e C e , supondo-se que a perda de carga varie linearmente, esboçar a linha piezométrica. Na extremidade D onde o conduto descarga livremente ao ar.



$$z_A + \frac{P_A}{\wp} + \frac{V_A^2}{2g} = z_D + \frac{P_D}{\wp} + \frac{V_D^2}{2g} + h_P$$

$$h_P = \frac{V^2}{2g} + \frac{V^2}{2g} + \frac{2V^2}{2g} = \frac{4V^2}{2g}$$

$$15 + 0 = 0 + \frac{V^2}{2g} + \frac{4V^2}{2g} \therefore \frac{5V^2}{2g} = 15 \therefore V_2 = 3 \text{ x } 2g \therefore V = 7{,}672 \text{ m/s}$$

$$Q = VA \therefore Q = 7{,}672 \text{ x } \frac{\pi \text{ x } 0{,}15^2}{4} = 0{,}1356 \therefore Q = 0{,}1356 \text{ m}^3\text{/s}$$

$$h_P = \frac{4V^2}{2g} = 11{,}9999 \therefore 11{,}9999 \text{ m}$$

Bernoulli entre A e B :

$$z_A + \frac{P_A}{\wp} + \frac{V_A^2}{2g} = z_B + \frac{P_B}{\wp} + \frac{V_B^2}{2g} + \frac{V^2}{2g}$$

$$15 + 0 + 0 = 1{,}50 + \frac{P_B}{\wp} + \left(\frac{7{,}672^2}{2 \; x \; 9{,}81}\right) x \; 2$$

$$\frac{P_B}{\wp} = 7{,}50 \; m$$

Bernoulli entre A e C :

$$z_A + \frac{P_A}{\wp} + \frac{V_A^2}{2g} = z_c + \frac{P_C}{\wp} + \frac{V_C^2}{2g} + \frac{2V^2}{2g}$$

$$15 + 0 +) = 9{,}50 + \frac{P_C}{\wp} + 3 \text{ x } \frac{7{,}672^2}{2 \text{ x } 9{,}81}$$

$$\frac{P_C}{\wp} = -3{,}50\text{m}$$

$$\frac{V^2}{2g} = 3{,}0 \text{ m}$$