O GRUPO FUNDAMENTAL E A GEOMETRIA GLOBAL DAS VARIEDADES.

Genival Francisco Fernandes da Silva Jr (bolsista do PIBIC/UFPI), Newton Luís Santos (Orientador, Depto. de Matemática – UFPI)

RESUMO

Neste trabalho será discutido um pouco sobre o estudo do grupo fundamental de certos espaços bem como alguns resultados de Topologia Algébrica.

Palavras chave: Grupo Fundamental. Topologia Algébrica.

INTRODUÇÃO

O grupo fundamental é o primeiro de uma série de grupos denominados de grupos de homotopia, que

são grupos cujos pontos são classes de equivalência de aplicações, no caso do $\pi 1(S1)$, do

intervalo $0,1$ em $S1$. Historicamente o conceito de grupo fundamental emergiu da teoria das

superfícies de Riemann com o trabalho de Bernhard Riemann, Henri Poincaré e Felix Klein.

METODOLOGIA

No presente trabalho, calculamos o grupo fundamental do círculo e extraímos a partir daí, algumas consequências interessantes que nos possibilitam desde a demonstração do Teorema Fundamental da Álgebra até a classificação de superfícies compactas.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Definição:*Seja X um espaço e $p\in X$, tome $f,g:[0,1]\longrightarrow X$, funções contínuas satisfazendo:*

$$f0=g0=f1=g1=p$$

*Definimos a operação *por:*

$$f*gxf2x \text{ se } 0\leq x\leq 12g2x-1 \text{ se } 12\leq x\leq 1$$

É um bom exercício mostrar que o a operação entre as classes de equivalências de caminhos em X,

definida por:

$$f*g=[f*g]$$

Dá ao conjunto dessas classes a estrutura de um grupo, chamado grupo fundamental de X (ou

$\pi 1(X,p)$) em p.

O teorema principal do nosso projeto foi o seguinte:

Teorema: *O grupo fundamental do círculo é isomorfo ao grupo aditivo dos inteiros.*

(Idéia da prova). Existem algumas maneiras interessantes de mostrar o isomorfismo citado, uma

delas é mais construtiva e descreve explicitamente um isomorfismo que seria $\phi\colon z\longrightarrow\pi1(S1)$ dado

por $\phi n= \omega n(s)$ onde $\omega ns=(\cos 2\pi ns,\sin 2\pi ns)$.■

A partir daí podemos conseguir muitos resultados, dentre eles o teorema fundamental da álgebra:

Teorema (Fundamental da Álgebra): *O corpo dos números complexos é algebricamente fechado.*

CONCLUSÃO

O estudo do grupo fundamental de certos espaços, bem como suas consequências são de extrema importância para o entendimento da topologia algébrica como um todo, pois os conceitos de homologia, cohomologia e outros grupos de homotopia, estão diretamente relacionados com o grupo fundamental.

APOIO: Este trabalho contou com o apoio e bolsa provenientes do PIBIC/UFPI.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

MUNKRES, James. **Topology**.2 ed. New Jersey:Prentince Hall, 2000.

MASSEY, William S.**A Basic Course in Algebraic Topology**. New York:Springer,1991.

HARPER, JohnR; GREENBERG, Marvin J.**Algebraic Topology, a first course**.Canada:Addison-Wesley,1981.