

CONTROLE E OTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS LINEARES NO \mathbb{R}^n

Wesley Vieira de Araujo (bolsista do PIBIC/UFPI), Dr. Alexandro Marinho Oliveira
(Orientador), Depto de Matemática - UFPI(Campus Ministro Reis Velloso)

Introdução

Enfatizamos em nosso trabalho o estudo sobre a Controlabilidade Exata de Sistemas Lineares em \mathbb{R}^n , a Propriedade da Observabilidade, a condição de Controlabilidade de Kalman, e a Estabilização de Sistemas Lineares em \mathbb{R}^n .

Resultados Obtidos

Teorema 1 (Condição de Controlabilidade de Kalman): Se $\text{posto}(M) = n$ e $u \in \mathcal{U}_u$, então $\mathcal{C} = \mathbb{R}^n$

Teorema 2: Considere o conjunto de controle \mathcal{U}_b . Se $\text{posto}(M) = n$, e $\text{Re}(\lambda_i) \leq 0$ para cada autovalor λ_i de A , então $\mathcal{C} = \mathbb{R}^n$.

Teorema 3: Uma condição inicial $x_0 \in \mathbb{R}^n$ é levado à origem em t_1 por um controle $u \in L^2(0, t_1, \mathbb{R}^n)$ se, e somente se,

$$\int_0^{t_1} \langle u, B^* \varphi \rangle dt + \langle \varphi(0), x_0 \rangle = 0 \quad (1)$$

$\forall \varphi_{t_1} \in \mathbb{R}^n$, φ sendo a solução correspondente do sistema homogêneo adjunto.

Teorema 4: Se existe $t_1 > 0$ e $C > 0$ tais que

$$\|x(0)\|^2 \leq C \int_0^{t_1} \|B^* x\|^2 dt \quad (2)$$

para qualquer solução do sistema autônomo então $\|x(t)\| \leq Ce^{-wt} \|x_0\|, \forall t \geq 0$, com $C > 0$ e $w > 0$.

Teorema 5: Se A é antissimétrica e o sistema autônomo é controlável, então $L = -B^*$ estabiliza o sistema, isto é, a solução de

$$\begin{cases} x'(t) = Ax(t) - BB^*x(t) \\ x(0) = x_0 \end{cases} \quad (3)$$

tem o decaimento uniforme dado por $\|x(t)\| \leq Ce^{-wt} \|x_0\|, \forall t \geq 0$, com $C > 0$ e $w > 0$.

Referências

- [1]LIMA, E. L. *Análise real 1: funções de uma variável real*. 10.ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2008.(Coleção Matemática Universitária).
- [2]LIMA, E. L. *Curso de Análise V.1*. 2. ed.Rio de Janeiro: Associação Instituto nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2009(Projeto Euclides).
- [3]Lima, E. L. *Análise Real, V.2*. 3. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2007. Coleção Matemática Universitária. ISBN 978-85-244-0221-0.
- [4]Lima, E. L. *Álgebra Linear*. Rio de Janeiro: IMPA, 2008. Coleção Matemática Universitária. ISBN 978-85-244-0089-6.
- [5]Leitão, A.; Silva, G. N. *Tópicos em teoria do controle*. Notas, 2004.1-97. Disponível em <<http://www.bienasbm.ufba.br/M44.pdf>>. Acesso em 13 fevereiro 2010.
- [6]Micu, S.; Zuazua, E. *An Introduction to the Controllability of Partial Differential Equations*. Disponível em: <http://inf.ucv.ro/~micu/sorin_files/cont.pdf>. Acesso em:12 junho 2010.