

Método do Ponto Proximal em Otimização Quase-convexa: Implementação e testes.

Samara Costa Lima
(Orientanda)

João Xavier da Cruz Neto
(Orientador)

Resumo Expandido

Consideramos o problema

$$\begin{aligned} &\text{Minimize} && f(x) \\ &\text{Sujeito a} && x \in R_+^n, \end{aligned}$$

onde $f : R^n \rightarrow R \cup \{+\infty\}$ é uma função quase-convexa, própria e continuamente diferenciável.

Um dos métodos bastante conhecidos para resolver problemas de otimização (P.O) é o chamado Algoritmo de Ponto Proximal. Este foi apresentado primeiramente para resolver o problema de minimização convexa, usando como núcleo a métrica euclidiana. Posteriormente, vários outros trabalhos apresentaram extensões desse método, usando outras métricas e funções tipo-distância, além de serem aplicados a diversos tipos de problemas de otimização, inclusive sendo estendidos para resolver problemas de desigualdades variacionais e de equilíbrio.

Nesse projeto estudamos com afinco o método de ponto interior-proximal para resolver o problema descrito acima. Isto é, estudamos a boa-definição desse algoritmo e a convergência do mesmo para algum ponto solução do problema apresentado. O algoritmo iterativo, denominado IPDB (Interior Proximal com Distância de Bregman), segue abaixo:

Algoritmo IPDB

Inicia com $x^0 > 0$ e dado $x^k > 0$, escolhemos $x^{k+1} > 0$ tal que

$$x^{k+1} \in \{z \in \mathbb{R}_{++}^n \mid z \in \arg \min \{f(x) + \beta_k D_h(x, x^k)\}\}$$

onde $0 < \beta_k \leq \bar{\beta}$.

Para a definição deste algoritmo, foram considerados os seguintes requerimentos: A escolha de uma sequência de números reais positivos $\{\beta_k\}$, satisfazendo $0 < \beta_k \leq \bar{\beta}$, para algum $\bar{\beta} > 0$, e uma distância de Bregman D_h associada a uma função de Bregman h , com zona $S = \mathbb{R}_{++}^n$, separável e zona coerciva.

Foi analisada a convergência da sequência das iteradas, verificando-se a convergência para um ponto estacionário e, sob a hipótese adicional de que a sequência $\{\beta_k\}$ converge para zero, que as iteradas convergem para um ponto solução do problema estudado.